

ГОРНЫЙ ИНСТИТУТ  
ОБОСОБЛЕННОЕ ПОДРАЗДЕЛЕНИЕ  
ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО БЮДЖЕТНОГО УЧРЕЖДЕНИЯ НАУКИ  
ФЕДЕРАЛЬНОГО ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОГО ЦЕНТРА  
«КОЛЬСКИЙ НАУЧНЫЙ ЦЕНТР РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК»



На правах рукописи

Лаптев Владимир Викторович

**ИССЛЕДОВАНИЕ МЕХАНИЗМА ФОРМИРОВАНИЯ ПОТЕРЬ И РАЗУБОЖИВАНИЯ  
РУДЫ НА ОСНОВЕ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОЦЕССА ТОРЦЕВОГО  
ВЫПУСКА**

Специальность 2.8.8. «Геотехнология, горные машины»

Диссертация на соискание ученой степени  
кандидата технических наук

Научный руководитель:  
доктор технических наук  
С.В. Лукичѐв

Апатиты – 2023

## СОДЕРЖАНИЕ

СОДЕРЖАНИЕ .....	2
ВВЕДЕНИЕ.....	4
1. СОСТОЯНИЕ ВОПРОСА, ЗАДАЧИ ИССЛЕДОВАНИЯ .....	9
1.1. Основные положения теории выпуска руды под обрушенными породами .....	9
1.1.1. Кинематика процесса выпуска горной массы .....	9
1.1.2. Зона потока .....	10
1.1.3. Определение области влияния выпускного отверстия.....	13
1.1.4. Траектории движения фрагментов сыпучей среды при выпуске.....	14
1.1.5. Скорость перемещения фрагментов сыпучей среды при выпуске.....	14
1.1.6. Коэффициент разрыхления .....	15
1.1.7. Формирование потерь и разубоживания руды при выпуске под обрушенными породами.....	17
1.2. Моделирование выпуска руды как способ исследования процесса .....	19
1.3. Обзор методов численного моделирования для решения задач выпуска руды под обрушенными породами .....	23
1.4. Факторы, влияющие на процесс истечения горной массы при выпуске .....	27
1.4.1. Физико-механические свойства выпускаемой ГМ .....	27
1.4.2. Форма кусков, гранулометрический состав сыпучей среды и его пространственное распределение в массиве .....	28
1.4.3. Прочие свойства ГМ, влияющие на процесс выпуска.....	29
1.4.4. Параметры конструктивных элементов, режим выпуска.....	30
1.5. Задачи и методы исследования .....	32
2. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ВЫПУСКА ГОРНОЙ МАССЫ.....	34
2.1. Выбор метода моделирования.....	34
2.2. Калибровка численной модели .....	37
2.3. Поведение сыпучей среды при моделировании донного выпуска.....	41
2.3.1. Влияние формы и гранулометрического состава материала на результаты моделирования .....	41
2.3.2. Влияние неоднородности и гранулометрического состава материала на результаты моделирования .....	45
2.4. Определение оптимальных параметров численной модели.....	46
2.4.1. Оптимизация продолжительности численного моделирования.....	47
2.4.2. Подбор оптимального гранулометрического состава .....	49

2.4.3.	Исследование дополнительных возможностей ускорения расчётов .....	55
2.5.	Апробация подобранных параметров численной модели в технологических схемах, близких к реальным.....	57
2.5.1.	Апробация подобранных параметров численной модели.....	57
2.5.2.	Сокращение времени моделирования и объёма модели .....	59
	Выводы по главе 2 .....	63
3.	Численное моделирование процесса торцевого выпуска руды на примере отработки хибинских месторождений.....	64
3.1.	Описание модели .....	64
3.1.1.	Факторы, подлежащие учёту при формировании модели .....	64
3.1.2.	Параметры модели .....	68
3.2.	Результаты исследования.....	71
3.2.1.	Влияние на показатели извлечения углов откоса .....	71
3.2.2.	Влияние на показатели извлечения угла наклона слоя .....	87
	Выводы по главе 3 .....	90
4.	Исследование механизма формирования потерь и разубоживания руды для условий подэтажной отбойки и торцевого выпуска .....	94
4.1.	Формирование модели .....	94
4.2.	Определение углов образующей потока .....	101
4.3.	Определение объёмов потерь, перепускаемых на нижние подэтажи .....	105
4.4.	Влияние схемы выпуска руды из секций на объёмы потерь/разубоживания по панели. 110	
	Выводы по главе 4 .....	116
	ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....	119
	Список литературы .....	121

## ВВЕДЕНИЕ

### Актуальность работы

При ведении подземных горных работ наибольшей производительностью отличаются системы разработки месторождений полезных ископаемых с обрушением руды и вмещающих пород. На экономическую эффективность этих систем значительное влияние оказывает процесс выпуска отбитой руды из очистных блоков. В системе разработки с поэтажным обрушением и торцевым выпуском руды, имеющей на сегодняшний день наиболее широкое применение среди систем с обрушением, более 70% потерь руды приходится на эксплуатационные потери при выпуске. Поэтому от организации данного процесса значительно зависят качество и полнота извлечения полезного ископаемого из недр – важнейшие технико-экономические показатели системы разработки. В условиях снижения качества извлекаемых руд и общего истощения запасов разведанных месторождений вопросы извлечения полезных ископаемых с минимально возможными количественными и качественными потерями приобретают всё большую актуальность как для предприятий, обрабатывающих месторождения, так и для государства в целом.

Исследованию механизма формирования и методик прогнозирования потерь и разубоживания руды при выпуске посвящено значительное количество трудов отечественных и зарубежных учёных. Ими был проведён ряд исследований процесса выпуска руды, на основе которых определены оптимальные параметры конструктивных элементов системы разработки для различных горно-геологических и горнотехнических условий, разработаны методики определения и нормирования показателей извлечений, разработаны технологии по управлению качеством добываемой горной массы (ГМ) и формирования транспортной системы грузопотоков. Разработанные методики легли в основу расчётных методов, практика применения которых показала, что результаты расчётов могут значительно расходиться с фактическими значениями.

Одной из основных причин этого является сложность изучения поведения сыпучего материала, представленного горной массой неоднородного гранулометрического состава (ГС) в условиях очистных блоков. На поведение сыпучего материала при его выпуске оказывает влияние ряд факторов, связанных с его физико-механическими и другими свойствами, влияющими на его сыпучесть, а также условия, в которых протекает выпуск. Рассмотрение каждого фактора в отдельности даёт общее понимание его влияния на конечные результаты. Однако необходимо учитывать и их совместное воздействие, где каждый фактор, вступая во взаимосвязь с другими, может проявлять себя иначе по сравнению с его изолированным влиянием на процесс.

Исследования процесса выпуска руды, проводимые в основном на физических моделях, из-за ограниченных возможностей последних не позволяют в полной мере изучить механизм процесса выпуска для формирования комплексного представления о процессах, происходящих внутри разрушенного массива горных пород. Данное обстоятельство показывает необходимость проведения исследований с использованием методов, позволяющих детально отслеживать движение раздробленной ГМ применительно к различным технологическим схемам выпуска.

Среди таких методов можно выделить метод дискретных элементов, предназначенный для моделирования поведения сыпучих материалов.

Возможность использования современных методов моделирования для изучения поведения ГМ создаёт необходимую инструментальную базу для исследований и оптимизации параметров конструктивных элементов системы разработки и режимов выпуска руды.

Объектом исследования является процесс торцевого выпуска ГМ в системе разработки с поэтажным обрушением руды и вмещающих пород, предметом исследования – закономерности истечения раздробленной ГМ и механизмы формирования потерь и разубоживания при торцевом выпуске.

**Цель работы** заключается в разработке методики имитационного моделирования торцевого выпуска руды для оценки потерь и разубоживания в системах разработки с поэтажным обрушением руды и вмещающих пород.

**Идея работы** заключается в использовании метода дискретных элементов для исследования закономерностей истечения руды из очистных блоков, формирующих типовые технологические схемы выпуска.

#### **Основные научные положения, выносимые на защиту:**

1) Использование метода дискретных элементов обеспечивает адекватное имитационное моделирование процесса выпуска раздробленной горной массы (ГМ) при исследовании различных технологических схем. Подбор характеристик модели позволяет не только обеспечить её соответствие реальной среде, но и многократно снизить время вычислительного эксперимента.

2) Траектории движения кусков ГМ к выпускному отверстию в большей степени соответствуют графику кубической функции, а не квадратичной. По параболической траектории куски стремятся к центральной зоне потока, обладающей наибольшей скоростью движения

3) Минимальные потери при торцевом выпуске апатит – нефелиновой руды достигаются при конструктивных и технологических параметрах системы поэтажного обрушения: угол откоса траншеи  $70-80^{\circ}$ , расстояние между осями выпускных выработок – 16-18 м, фронтальный угол наклона отбиваемой секции –  $82-87^{\circ}$ .

4) При торцевом выпуске руды зона потока внедряется вглубь массива на глубину 0,2-0,3 её высоты, что при толщине выпускаемого слоя 2,6-3,5 м позволяет управлять качеством рудной массы, за счёт выбора момента остановки выпуска в предыдущей секции отбойки.

**Научная новизна** заключается в применении метода дискретных элементов для изучения закономерностей движения кусков раздробленной ГМ разнородного грансостава к выпускному отверстию на полномасштабных моделях очистных блоков, формирующих типовые технологические схемы выпуска и обоснованию соответствия траектории движения кусков графику кубической функции.

**Обоснованность и достоверность научных положений, выводов и рекомендаций** подтверждаются: надёжностью исходных данных, полученных из разных источников, а также сходимостью полученных при моделировании результатов с основными положениями теории выпуска руды и с практическими данными действующих рудников; в том числе, с экспериментальными данными, полученными в лабораторных условиях.

**Научное значение работы** заключается в выявлении новых закономерностей перемещения кусков отбитой ГМ в процессе выпуска руды, полученных в результате численного имитационного моделирования.

**Практическое значение работы** заключается в разработке:

- численной имитационной модели торцевого выпуска ГМ в системе разработки с поэтажным обрушением;
- методики нормирования и планирования показателей извлечения руды при разработке хибинских апатит-нефелиновых месторождений;
- практических рекомендаций по проектированию конструктивных элементов системы разработки с целью повышения полноты и качества извлечения руды;
- в разработке рациональных планов выпуска руды из очистного пространства.

**Апробация работы.** Результаты работы были использованы в разработке методики прогнозирования и нормирования показателей извлечения в Инструкции по учёту состояния и движения запасов, определению, планированию и нормированию количественных и качественных потерь апатит-нефелиновых руд на рудниках АО «Апатит». Результаты исследований докладывались на следующих конференциях:

- Участие с докладом «Анализ исследований в области компьютерного моделирования процесса выпуска для систем разработки с обрушением руды и вмещающих пород» на IX Конференции-школе молодых учёных (Апатиты, 15.11.2017).

- Участие с докладом «Применение программы Rocky DEM для моделирования процесса выпуска руды при подземной добыче» на XV Конференции пользователей CADFEM/ANSYS (Москва, 16-18 октября 2018 г.).
- Участие с докладом «Изучение механизма истечения руды при торцевом выпуске на основе численного моделирования поведения горной массы с неоднородным гранулометрическим составом» на Всероссийской научно-технической конференции с участием иностранных специалистов «Цифровые технологии в горном деле» (Апатиты, 15-17 октября, 2019 г.)
- Участие с докладом «Научные и практические аспекты применения цифровых технологий при проектировании, планировании и сопровождении подземных горных работ на примере ГГИС «МАЙНФРЭЙМ» на X Международной конференции "Горнодобывающая промышленность Баренцева Евро-Арктического региона - взгляд в будущее" (Кировск, 18-19 ноября 2021 г.)
- Участие с докладом «Проектирование и планирование ПГР в ГГИС «Майнфрэйм» на конференции «Металлургия. Горное дело. Мончегорск – 2022. Технологии. Оборудование. Спецтехника» (Мончегорск, 18 - 20 мая 2022 г.)
- Участие с докладом «Моделирование выпуска апатит-нефелиновой руды при поэтажном обрушении» на Всероссийской научно-технической конференции с участием иностранных специалистов «Цифровые технологии в горном деле» (Апатиты, 13-16 июня, 2023 г.)

**Публикации.** По результатам исследований было опубликовано 5 научных статей в отечественных изданиях, 2 из которых входят в перечень рекомендованных ВАК; также материалы исследований вошли в раздел опубликованной монографии. Общее количество работ, опубликованных автором – 11 (в том числе 8 - в изданиях, рекомендованных ВАК, из которых 4 работы в научных изданиях, индексируемых в базах Scopus и Web of Science), а также автор имеет 3 свидетельства о государственной регистрации программ для ЭВМ.:

- 1) Лаптев В.В. Анализ исследований в области компьютерного моделирования процесса выпуска для систем разработки с обрушением руды и вмещающих пород // Проблемы недропользования. -2018. - №3 (18). С. 107-122.
- 2) Лаптев В.В. Численное моделирование потока раздробленной горной массы в процессе выпуска руды с использованием программы ROCKY DEM // Вестник МГТУ. - 2019. - Т. 22, - № 1. - С. 149–157.
- 3) Лукичев С.В., Лаптев В.В. Изучение механизма истечения руды при торцевом выпуске на основе численного моделирования поведения горной массы с неоднородным гранулометрическим составом // Горный информационно-аналитический бюллетень. – 2019. – No 11 (специальный выпуск 37). – С. 214–223. DOI: 10.25018/0236-1493-2019-11-37-214-223.

4) Научные и практические аспекты применения цифровых технологий в горной промышленности: монография / коллектив авторов; под науч. ред. С.В. Лукичёва. – Апатиты: Издательство ФИЦ КНЦ РАН, 2019. – 192 с.: ил. (разделы 3.9, 3.13).

5) Лаптев В.В., Лукичёв С.В. Использование метода дискретных элементов для исследования механизма формирования потерь руды применительно к условиям торцевого выпуска // Физико-технические проблемы разработки месторождений полезных ископаемых. – 2023. № 4. С. 52-29.

**Структура и объём работы.** Работа изложена на 128 страницах и состоит из Введения, четырёх глав, каждая из которых заканчивается выводами по главе, заключения и списка литературы на 93 источника. Работа содержит 20 таблиц и 55 рисунков.

**Автор выражает благодарность** за помощь в проведении исследований, подготовке материалов, поддержку и идейное сопровождение:

- научному руководителю д.т.н. Лукичёву С.В.;
- коллективу лаборатории «Теории комплексного освоения и сохранения недр» Горного института КНЦ РАН во главе с д.т.н. Наговицыным О.В.

Отдельная благодарность выражается:

- н.с. лаборатории Теории комплексного освоения и сохранения недр Горного института КНЦ РАН Белогородцеву О.В. за руководство помощь в постановке численных экспериментов и интерпретации их результатов, а также за предоставление методических материалов по нормированию и планированию показателей извлечения руды из недр;
- представителям маркшейдерской службы КФ «АО Апатит» Белоусову В.В. и Николаеву Р.В. за предоставление исходных данных и консультирование при проведении экспериментов.



# 1 СОСТОЯНИЕ ВОПРОСА, ЗАДАЧИ ИССЛЕДОВАНИЯ

## 1.1 Основные положения теории выпуска руды под обрушенными породами

Выпуск руды - технологический процесс извлечения обрушенной горной массы из очистного пространства через специальные выработки, расположенные, как правило, в днище блока или с торца выработки, по которой осуществляется механизированная доставка руды. Выпуск руды под обрушенными породами отличает истечение руды в контакте с раздробленными породами, в процессе чего руда перемешивается с породами, теряя качество.

Исследованиям выпуска руды посвящено значительное количество трудов отечественных и зарубежных учёных. основополагающими являются работы Агошкова М.И., Аминова В.Н., Балхавдарова Х.А., Барона Л.И., Демидова Ю.В., Дубынина Н.Г., Ермаковой И.А., Именитова В.Р., Иофина С.Л., Куликова В.В., Малахова Г.М., Минаева С.И., Неверова С.А., Пепелева Р.Г., Савича И.Н., Стажевского С.Б., Шкарпетина В.В., Cleary P.W., Kvapil R., Laubscher D.H., и мн. др. (Агошков М.И., Малахов Г.М. Подземная разработка рудных месторождений. М., 1966; Дубынин Н. Г. Механика выпуска сыпучих тел. М., 1965 ; Именитов Процессы подземных горных работ при разработке рудных месторождений. М., 1978 ; Иофин С.Л., Шкарпетин В.В., Сергеев В.Е. Поточная технология подземной добычи крепких руд. М., 1979 ; Kvapil R. Gravity flow of granular materials in hoppers and bins 1961, 1965 ; Куликов В.В. Выпуск руды. М., 1980 ; Малахов Г.М., Безух Р.В., Петренко П.Д. Теория и практика выпуска руды. М., 1968 ; Стажевский 1983, 1985).

В своих работах авторы описывают полученные в ходе исследований кинематическую и динамическую модели истечения руды, приводят закономерности поведения сыпучего материала при выпуске и предлагают расчётные схемы, позволяющие определять прогнозные показатели выпуска. Проведённые исследования весьма обширны и позволяют достаточно полно представить происходящие в массиве выпускаемых горных пород процессы.

### 1.1.1 Кинематика процесса выпуска горной массы

Базовая кинематическая схема истечения (Балхавдаров Х.А. Движение и истечение руды при выпуске. 1975 ; Дубынин Н.Г. Механика выпуска сыпучих тел. С. 9) описывается на примере сосуда (бункера), заполненного сыпучим материалом; в бункере в нижней части имеется выпускное отверстие, которое на начало моделирования закрыто шиберной пластиной. При открывании выпускного отверстия нарушается равновесие фрагментов сыпучего материала, лежавших на шиберной пластине, и они выходят из бункера. Данный процесс происходит непрерывно от слоя к слою, в результате чего над выпускным отверстием возникает постоянное смещение фрагментов. При закрытии затвора в определённый момент снова наступит состояние равновесия, при

этом сыпучий материал не уплотнится, а останется в разрыхлённом состоянии. При повторном открывании затвора и продолжении выпуска сыпучий материал в контуре зоны потока сразу приходит в движение.

Обрушение материала при выпуске происходит не по горизонтальным слоям, а по так называемым сводам естественного равновесия: фрагменты, находящиеся во взаимодействии друг с другом, образуют своды, подобные аркам. В процессе выпуска арки внутри сыпучего материала постоянно образуются и разрушаются. При этом верхняя граница движения тела выпуска всегда принимает сводообразную форму. Обрушение сводов зависит от их прочности, зависящей от физико-механических свойств материала, коэффициента разрыхления среды, размеров пустот под сводами, давления налегающего материала.

Применительно к торцевому выпуску руды, движение материала обладает теми же закономерностями. Меняются лишь геометрические границы этого движения: появляется фронтальная стенка над осью выпускного отверстия, что стесняет свободное истечение материала вблизи стенки.

Препятствием для свободного истечения материала помимо геометрических ограничений пространства являются также силы трения и сцепления между фрагментами сыпучего материала. Они обусловлены двумя факторами:

- 1) одни фрагменты входят в углубления между другими и зацепляются друг за друга;
- 2) между самими фрагментами на поверхностях контакта возникают силы трения, скольжения и прилипания.

Кроме того, трение в сыпучей среде определяется не только скольжением, а в значительной мере их качением (Дубынин Н.Г. Механика сыпучих сред. С. 9).

Таким образом, было установлено, что основные закономерности движения сыпучего материала не зависят от способа выпуска или от параметров конструктивных элементов (они лишь условия, в которых материал перемещается), а зависят в основном от характеристик материала.

### **1.1.2 Зона потока**

В теории выпуска руды было введено понятие зоны потока, которая представляет собой пространственную фигуру, образующуюся при выпуске сыпучего материала над выпускным отверстием. Зона потока характеризуется тем, что внутри неё фрагменты материала одновременно находятся в движении (Дубынин Н.Г. Механика выпуска сыпучих тел. С.9) В результате исследований было установлено, что зона потока в однородном сыпучем материале представляет собой тело вращения, близкое по форме к эллипсоиду. Данная теория была предложена Р. Квапиллом (Kvapil R. Gravity flow of granular materials in hoppers and bins. С. 9) и представляла собой математическое описание, основанное на практических исследованиях поведения потока сыпучего материала, выпускаемого из бункеров.

Общее определение фигуры выпуска было дано одним из основоположников отечественной теории о выпуске руды С.И. Минаевым (Минаев С.И. Лабораторные исследования выпуска руды. 1940): эллипсоид выпуска – объём, из которого происходит истечение обрушенной руды.

Также было сформулировано основное свойство эллипсоида выпуска как фигуры, в которой все фрагменты сыпучего материала, лежавшие на ее поверхности до начала выпуска, подошли к выпускному отверстию одновременно (в течение короткого промежутка времени, равного общей продолжительности прохождения всех фрагментов через отверстие). Путь, проделанный каждым фрагментом, тем длиннее, чем выше он был расположен на поверхности эллипсоида. Следовательно, тем выше и средняя скорость его перемещения.

Рудольф Квапил (Квапил Р. 1961) называет фигурой выпуска («эллипсоид вторичного движения») фигуру, в рамках которой фрагменты сыпучего материала наряду с приобретённым первичным движением в вертикальной плоскости, перемещаются и в другой плоскости. Первичное движение происходит в вертикальной плоскости и обусловливается действием собственного веса фрагментов и давлением вышележащего материала. Первичное движение вызывает некоторое разрыхление сыпучего материала в вертикальной плоскости. Вторичное движение способствует перемешиванию фрагментов и уменьшает расстояние между ними в горизонтальной плоскости. Эллипсоидом разрыхления также называется форма объёма, в рамках которого происходит вторичное разрыхление.

В определении того, что является фигурой выпуска у большинства авторов не возникает разногласий, в отличие от определения её формы.

В (Малахов Г.М., Безух Р.В., Петренко П.Д. Теория и практика выпуска руды. С. 9) говорится о том, что истечение фрагментов сыпучего материала происходит из объёмов, имеющих в массе сыпучего материала над выпускным отверстием форму, приближающуюся к эллипсоиду. Поверхность эллипсоидов – это геометрическое место таких фрагментов сыпучего материала, время движения которых к выпускному отверстию одинаково. При движении фрагментов поверхность эллипсоида выпуска постепенно «сморщивается», образуя ряд складок, напоминающих в поперечном сечении букву W.

Таким образом, контур фигуры выпуска можно определить по контуру первоначального положения фрагментов, вышедших в определённый момент времени из выпускного отверстия, а её объём – по массе извлечённых до этого момента кусков.

Эксцентриситет эллипсоида выпуска для различных сыпучих материалов непостоянен. Одним из основных влияющих на него факторов является размер фрагментов материала. Большой размер будет способствовать более широкому эллипсоиду выпуска и соответственно меньшему эксцентриситету. Кроме того, теоретически в однородной среде верхняя и нижняя поло-

вины эллипсоида должны быть идентичны, в действительности же, более широкая часть эллипсоида находится ближе к подошве (Агошков и др. 1961. С. 9). На эксцентриситет влияют также следующие факторы: схема и форма частиц, грубость их поверхности, угол внутреннего трения частиц и «смазывающие» факторы внутри потока, свойства материала частиц, скорость потока.

Отмечается (Агошков .И., Малахов Г.М. Подземная разработка рудных месторождений. С. 9), что описание фигуры выпуска, как эллипсоида, возможно лишь при донном выпуске идеализированной среды, представленной мелкими частицами равного размера. В реальных же условиях фигура выпуска не представляет собой эллипсоид и зачастую не является телом вращения, а принимает различные формы: от идеализированных трёхосного эллипсоида до конусообразной, конус-цилиндр-полусферы, формы пламени факела и др. (Малофеев Д.Е. Развитие теории и практики выпуска руды под обрушенными породами: монография. Красноярск: Сибирский федеральный ун-т; Ин-т цв. металлов и золота. 2007). При этом представление формы фигуры выпуска как эллипсоида вращения достаточно распространено на практике ввиду удобства для подсчёта плановых показателей извлечения. Однако, отклонение фактических показателей от плановых по различным практическим данным может варьироваться в очень значительных пределах. Происходит это потому, что на практике параметры фигур истечения, образующихся под толщей покрывающих пород, практически не поддаются непосредственным измерениям и зависят от множества факторов. В первую очередь, от свойств выпускаемого сыпучего материала. Этим объясняется наличие множества теорий, сводящих фигуру выпуска к какой-то определённой форме (Демидов Ю.В., Аминов В.Н. Подземная разработка мощных рудных залежей. М., 1991).

Нет оснований рассматривать форму фигуры выпуска как сочетание нескольких сложных геометрических фигур, т.к. их объёмы существенно не отличаются, а расчёты значительно усложняются. Кроме того, при рассмотрении формы фигуры выпуска как сочетания нескольких геометрических фигур, на их стыках образуются острые грани, что противоречит физической сущности явлений (Малофеев Д.Е. Развитие теории и практики выпуска руды под обрушенными породами. С. 12).

Всё вышеописанное приводит к выводу, что использование эллипсоида как упрощённого представления о фигуре выпуска для проведения оценочных расчётов может быть приемлемо. Однако единого представления о форме фигуры выпуска на сегодняшний день нет, поскольку она подвержена изменениям от влияющих на неё условий. Отсюда следует, что нет необходимости в проведении дополнительных исследований в части определения формы фигуры выпуска. Точное определение исходного местоположения фрагментов горной массы, которые будут извлечены из выпускного отверстия при выемке заданного объёма, должно основываться на ином представлении.

### 1.1.3 Определение области влияния выпускного отверстия

В исследованиях, связанных с выпуском руды авторами предлагаются различные варианты определения зоны влияния выпускного отверстия. Так, (Июфин С.Л., Шкарпетин В.В., Сергеев В.Е. Поточная технология подземной добычи крепких руд. С. 9) считает, что область влияния выпускного отверстия – область в раздробленном массиве ГП, в которой в процессе выпуска фрагменты сыпучего материала могут придать движение.

Аналогично фигуре выпуска область влияния приобретает различные размеры в зависимости от свойств выпускаемого материала (включая физико-механические свойства, ГС, угол внутреннего трения, форму кусков, их шероховатость, влажность, коэффициент разрыхления и др.) и размеров выпускного отверстия, величины горного давления и других факторов.

Поскольку влияние выпускного отверстия на ГМ по высоте ограничивается лишь объёмом выпускаемого материала, то первоначальной задачей является установить ширину зоны влияния. Из определения фигуры выпуска следует, что форма этой зоны в вертикальном разрезе будет стремиться к фигуре, близкой к параболе, усечённой выпускным отверстием. Т.е. её ширина на разных высотах от выпускного отверстия будет изменяться. При приближении к выпускному отверстию это изменение будет возрастать. При наличии в зоне включений в виде участков неотбитого массива, зона влияния будет усечена ими, а также может отклоняться от них. Данные условия наиболее характерны для торцевого выпуска при системе разработки с поэтажным обрушением руды и вмещающих пород.

Из определения зоны потока вытекает следующее свойство: за пределами зоны вторичного движения материал остаётся в неподвижном состоянии на протяжении всего выпуска.

В качестве основы для вычисления ширины зоны влияния выпускного отверстия на заданной высоте может быть применён вариант расчёта, предложенный И.А. Ермаковой (Ермакова И.А. Установление параметров потока при выпуске руды в системах разработки с обрушением. 2018) для торцевого выпуска руды:

$$H = (4d + 0,61\sqrt{10d * l}) * K,$$

где  $H$  – ширина зоны потока на рассматриваемой высоте,

$m$ ;  $d$  – размер куска руды однородной крупности,  $m$ ;

$l$  – высота определения  $H$ ,  $m$ ;

$K$  – поправочный коэффициент, учитывающий  $K_p$ , ( $K=1$  при  $K_p=1,3-1,4$ ;  $K=0,85$  при  $K_p=1,2$ ).

Для того, чтобы корректно учесть размер куска руды при неоднородном ГС автор предлагает определять его по установленным соотношениям:

$$\begin{cases} d_{\text{экв}} = 1,5d_{\text{срвз}}, & \text{при } \gamma_{\text{кр}} < 50\%; \\ d, & \text{при } \gamma_{\text{кр}} \geq 50\% \end{cases}$$

где  $d_{\text{экв}}$  – эквивалентный размер куска руды, м;

$d_{\text{срвз}}$  – средневзвешенный размер куска руды различной крупности, м;

$\gamma_{\text{кр}}$  – содержание в руде крупной фракции.

Из предложенного подхода следует, что если содержание в руде крупной фракции  $\gamma_{\text{кр}}$  более 50%, то размер именно этой фракции определяет ширину потока; если менее, - то следует использовать эквивалентный размер куска руды.

#### **1.1.4 Траектории движения фрагментов сыпучей среды при выпуске**

Общепризнано (Леонтьев А.А., Бусырев В.М., Демидов Ю.В. // Отчёт о научно-исследовательской работе «Развитие методологии обоснования подземной и комбинированной геотехнологии при комплексном освоении крупных и уникальных месторождений Кольского полуострова». 2006), что куски ГМ, находящиеся в сфере влияния одного выпускного отверстия, движутся к нему по параболическим траекториям. По мере движения кусков от слоя к выпускному отверстию они не только приближаются к нему, но и постепенно отклоняются к центру. Куски ГМ, находящиеся непосредственно над выпускным отверстием, двигаются вертикально вниз по прямой траектории. Поэтому куски, лежащие на поверхности фигуры выпуска и двигающиеся с различными скоростями, приходят к выпускному отверстию почти одновременно.

В (Куликов В.В. Выпуск руды. С. 9) отмечается, что параболические траектории перемещения фрагментов сыпучего материала обуславливаются и положениями теории поля.

Однако существуют и другие мнения. Например, в (Гагиев Т.А. Обоснование проектных решений при выпуске руды под обрушенными породами. 2011) траектория перемещения фрагментов сыпучего материала при выпуске представлена сложными ломанными кривыми спиралевидной формы.

В случае выпуска руды из нескольких выпускных отверстий и их зоны потока взаимно перекрываются, одни и те же куски в области пересечения зон в процессе выпуска перемещаются поочерёдно: сначала в зоне одного выпускного отверстия затем другого, третьего и т.д. Таким образом, у кусков, расположенных в пересечениях зон влияния нескольких выпускных отверстий, траектории перемещения будут напоминать ломанные кривые.

#### **1.1.5 Скорость перемещения фрагментов сыпучей среды при выпуске**

Общепринятым мнением о скорости перемещения фрагментов сыпучего материала при выпуске являются положения, высказанные в (Агошков М.И., Будько А.В., Кривенков Н.А. Торцевой выпуск руды. 1964 ; Карамаджян А.А., Стажевский С.Б., Хан Г.Н. Моделирование выпуска

сыпучих материалов из емкостей. 1999): скорость перемещения каждого фрагмента в первую очередь зависит от его исходного положения в массиве. У поверхности выпускаемого слоя вначале фрагменты движутся сплошным потоком с равными скоростями. Затем фрагменты, находящиеся в центре зоны потока и движущиеся относительно свободно, приобретают большую скорость, чем остальные, и обгоняют их. Фрагменты, расположенные рядом с центром зоны потока, но находящиеся не над выпускным отверстием, начинают двигаться с несколько меньшими скоростями по сравнению с двигающимися по центру, и поэтому начинают отставать от них. С ещё большим удалением от центра потока к его образующей движение делается всё более стеснённым, а поэтому осуществляется с ещё меньшей скоростью. В связи с чем такие фрагменты при движении всё больше «отстают» от расположенных в центре потока. У границ зоны потока скорости движения частиц резко уменьшаются, и дальше от оси выпускного отверстия движение совсем прекращается.

Там же отмечается, что разница в скоростях движения фрагментов в центре и по границам зоны потока увеличивается по мере приближения к выпускному отверстию и особенно резко возрастает на высоте 2-3 диаметров от выпускного отверстия. Общее движение фрагментов имеет пульсирующий характер.

На скорость перемещения фрагментов сыпучего материала при выпуске также значительно влияют его физико-механические свойства, обусловленные его свойствами материалом и внешними условиями: его ГС, коэффициентом разрыхления среды, формой и абразивностью кусков, - всё это складывается в так называемый показатель сыпучести, характеризующий способность материала истекать из отверстия. Кроме перечисленных факторов на скорость оказывает влияние размер выпускного отверстия: с его увеличением скорость истечения уменьшается (Балхавдаров .А. Движение и истечение руды при выпуске. С. 9), т.к. при больших выпускных отверстиях зона потока становится шире, и купола, формирующиеся в результате распора фрагментов сыпучего материала, образуются больших размеров. Для их образования необходима более прочная расклинка фрагментов сыпучего материала. Следовательно, такие купола будут более прочными, поэтому более продолжительное время не разрушаются, что приводит к большим задержкам движения фрагментов.

### **1.1.6 Коэффициент разрыхления**

Коэффициент разрыхления ( $K_p$ ) в сыпучем материале зависит от множества факторов: размера фрагментов, однородности их форм, пространственного расположения фрагментов различных форм и размеров в массиве. Помимо свойств сыпучего материала  $K_p$  зависит и от внешних факторов: времени нахождения материала в раздробленном состоянии, влажности и обводнённости фрагментов, высоты слоя и др.

В процессе выпуска внешние факторы, за исключением времени нахождения материала в раздробленном состоянии, практически не изменяются. Поэтому принято рассматривать зависимость  $K_p$  от наиболее влияющей на него характеристики – ГС материала и его пространственного распределения. Традиционно при физическом моделировании процесса выпуска для исследований используется сыпучий материал с однородным или близким к такому ГС. В таком случае зависимость  $K_p$  от размера слагающих массив фрагментов представляется весьма линейной: с возрастанием крупности увеличивается и  $K_p$ . В данной зависимости рассматривается лишь насыпная плотность, т.к. дезинтегрированная среда (массив ГП, разрушенный трещинами; кладка несвязанных раствором кирпичей и т.п.) является частным случаем.

Однако однородный ГС состав массива ГП в реальных условиях выпуска руды практически не встречается. После отбойки раздробленный массив ГП представлен фрагментами различных размеров: от пылеватых частиц до крупных кусков величиной 1,5 м и более. Пространство между крупными кусками заполняется более мелкой фракцией, что приводит к уменьшению  $K_p$ . Также неоднородно и его пространственное распределение. В (Карпиков А.П., Чубаров В.В., Чирков А.В. Практическое руководство по определению физико-механических свойств горных пород. М., 2009) отмечается, что коэффициент разрыхления зависит от соотношения между размерами наиболее крупных и самых мелких кусков породы, и соотношения их объёмов.

Например, величину коэффициента разрыхления горных пород в зависимости от крупности кусков привёл А.А. Лукашов (Лукашов А.А. О коэффициенте разрыхления горных пород. 1949), показавший, что  $K_p$  зависит главным образом от крупности кусков горной породы и их содержания в общем объёме раздробленной массы – чем крупнее куски, тем больше  $K_p$  и наоборот. Исследования автора показали, что значения коэффициента разрыхления в основном не превышают 1,5-1,6 м и в редких случаях при кусках размером 1,8-2 м достигают 2. Предложенная автором шкала ориентировочных значений коэффициента разрыхления (таблица) используется в нормативных документах Госстроя РФ (таблица 1.1).

Таблица 1.1 – Зависимость  $K_p$  от содержания в сыпучей среде кусков различных фракций

Крупность кусков, мм	До 400	До 600	До 700	До 800	До 800	До 1000	До 1000	До 1500	До 1700	До 2000
Содержание крупных фракций в разрыхленной массе, %	20-25	20-25	20-25	до 10	20-25	10-15	20-25	20-40	40-45	до 60
Коэффициент разрыхления объемный	1,2	1,3	1,35	1,4	1,5	1,45	1,5-1,55	1,6	1,7-1,8	2,0

С.В. Цирель (Цирель С.В. К вопросу о разрыхлении разрушенных и сыпучих горных пород. 1997) для определения приближенного  $K_p$  вводит понятие показателя неоднородности дроб-



ления  $n$  (при однородном ГС  $n = \infty$ , а если размеры кусков распределены в очень широком диапазоне, то  $n$  стремится к 0). Данная величина может быть вычислена, исходя из реального ГС среды с учётом процентного содержания всех составляющих её фракций. На основании вычисленного  $n$  можно получить  $K_p$  для свободно насыпанной горной массы.

$$K_p = 1 + (2/\pi) * (K_p^0 - 1) * \arctg n,$$

где  $K_p^0$  – определённая экспериментально величина коэффициента разрыхления для кусков одинакового размера, равная: для кубообразных кусков 1.88-1.96, для вытянутых 1,93-1,96, для плоских 2-2,03 для общей совокупности, полученной при дроблении 1,92-1,96 для окатанных кусков 1,65-1,8.

Следует отметить, что  $K_p$  в массиве горных пород не является постоянным: после проведения буровзрывных работ с течением времени до начала выпуска раздробленный массив уплотняется за счёт собственного веса и давления вышележащих пород. При начале выпуска в увеличивающейся фигуре разрыхления  $K_p$  снова изменяется, увеличиваясь. Считается, что чем ниже  $K_p$  тем лучше протекает выпуск руды с точки зрения полноты и качества извлечения руды. Однако наилучшими показателями сыпучести обладает материал с максимально возможным  $K_p$  (Рыжков Ю.А., Ермакова И.А. Истечение сыпучих материалов с огибанием препятствий. 1997), т.к. в этом случае меньше вероятность образования арок и расклинивания кусков внутри сыпучей среды, которые приводят к её зависаниям.

На основании вышеизложенного, корректность учёта  $K_p$  в имитационной модели выпуска руды под обрушенными породами является одним из залогов её адекватности. Например, установлено (Куликов В.В. Выпуск руды. С. 9), что увеличение  $K_p$  с 1.2 до 1.3-1.4 объём фигуры выпуска при одинаковой её высоте увеличивается в 1.3-1.4 раза, при этом её линейные размеры (ширина) увеличиваются в 1.14-1.18 раз. Однако при анализе литературных источников не удалось обнаружить экспериментальных данных о реальном  $K_p$  в различных областях массива ГП при его выпуске. Связано это с тем, что установить реальное значение  $K_p$  в какой-либо области массива разрушенных после отбойки пород практически не представляется возможным и его оценка, как правило, производится на основе эмпирических данных о свойствах горной массы и геометрических размеров отбитого пространства (Янченко Г.А. О коэффициентах разрыхления и набухаемости горных пород. 2019).

### **1.1.7 Формирование потерь и разубоживания руды при выпуске под обрушенными породами**

Потери и разубоживание руды при выпуске подразделяют на конструктивные (в массиве) и эксплуатационные.

Первые являются следствием особенностей геометрических параметров и взаимного расположения конструктивных элементов и вписываемых в них фигур выпуска, вторые – непосредственно процессом выпуска, последовательностью и продолжительностью (в объёмном отношении) выемки рудной массы из выпускных отверстий. При этом, конструктивные факторы оказывают значительное влияние на эксплуатационные.

Эксплуатационные факторы при донном выпуске руды из блоков объясняются следующим: через выпускные выработки сначала извлекается чистая руда, затем в слое руды образуется воронка внедрения налегающих пород. Когда воронка достигает выпускного отверстия, в извлекаемой руде появляются породы из покрывающего слоя – начинается разубоживание. Кроме того, возможно затекание пород из ранее выпущенных смежных воронок - так называемое боковое разубоживание (Агошков .И., Будько А.В., Кривенков Н.А. Торцевой выпуск руды. С. 14). Эксплуатационные потери руды при выпуске главным образом зависят от принятого режима выпуска руды из выпускных выработок блока, их геометрических форм, размеров и расстояний между ними (Аминов В.Н. Развитие технологии разработки подкарьерных запасов на мощных рудных месторождениях в условиях Севера. 2000 ; Laubscher D. H. Cave mining — state of the art. 1994). Объём выпускаемой разубоженной руды зависит главным образом от режима выпуска, содержания полезного ископаемого в рудах и разубоживающих породах, принятого предела разубоживания и высоты выпускаемого слоя руды.

Конструктивные факторы, вызывающие потери и разубоживание при донном и торцевом выпуске обуславливаются прежде всего расстоянием между смежными выпускными выработками. Этот параметр напрямую влияет на размеры гребней руды, формирующих потери полезного компонента. Высота гребней руды на момент начала разубоживания находится на уровне пересечения образующих линий воронок внедрения. На момент начала выпуска она прямо пропорциональна первоначальной высоте слоя и расстоянию между выпускными выработками и обратно пропорциональна диаметру зоны потока или воронки внедрения. Чем выше высота слоя, тем больше будет выпущено разубоженной руды (Смирнов А.А., Барановский К.В. Критический анализ теоретических положений по выпуску руды под обрушенными породами. 2022).

Высота гребней руды на момент окончания выпуска разубоженной руды прямо пропорциональна первоначальной высоте выпускаемого слоя руды, расстоянию между выпускными отверстиями и обратно пропорциональна ширине потока разубоживающих пород по выпускному отверстию на момент окончания выпуска и диаметру воронки внедрения. Ширина потока разубоживающих пород по выпускному отверстию зависит от размеров выпускного отверстия, содержания полезного ископаемого в выпекаемой руде и разубоживающих породах, а также от установленного нижнего предела разубоживания (Разоренов Ю.И., Белодедов А.А., Шмаленюк

С.А. Определение потерь и разубоживания при разработке месторождений полезных ископаемых. 2009).

Высота гребней по мере продолжения выпуска разубоженной руды уменьшается и в итоге может достигнуть высоты пересечения кривых образующих зон потока, т.к. вся руда, находящаяся в зоне потока, может быть выпущена.

Для торцового выпуска помимо вышеописанных факторов наиболее весомым является разубоживание через переднюю стенку секции отбойки (Pakalnis R.T., Hughes P.B. Sublevel stoping. 2011). Конструктивная особенность выпускаемой секции - её малая толщина и большая площадь передней стенки, граничащей с раздробленной породой, заполнившей ранее выпущенную секцию этой же панели. Именно из смежной секции наблюдается основной поток разубоживающих пород. Возникает он, из-за нестационарности процесса истечения (Русин Е.П., Стажевский С.Б. О современном состоянии и перспективах шведского варианта системы добычи руд с подэтажным обрушением. 2017), вызванного в первую очередь неравномерностью отбойки и как следствие появлением крупных негабаритных кусков руды в выпускном отверстии. Отмечается (Brunton I.D., Fraser, S.J., Hodgkinson, J.H., Stewart, P.C. Parameters influencing full scale sublevel caving material recovery at the Ridgeway gold mine. 2010 ; Quinteiro C., Hustrulid, W., and Larsson, L., Theory and practice of very large scale sublevel caving. 2001 ; Chen J.Y., Boshkow. S. Recent Development and Application of Bulk Mining methods in the People's Republic of China. 1981), что на «правильность» формы фигуры выпуска в части совпадения её фактического состояния с проектным эллипсоидом зависит напрямую от отношения высоты секции отбойки к её толщине. При значениях, равных 0,17 наблюдается наибольшее соответствие. Однако множеством авторов, в т.ч. проводивших полномасштабные исследования в условиях рудников, отмечается, что имеющихся знаний о механизмах формирования потерь и разубоживания в условиях подэтажной системы разработки, особенно, в её наиболее распространённом «шведском» варианте, недостаточно для создания оптимальных вариантов системы (Малофеев Д.Е. Развитие теории и практики выпуска руды под обрушенными породами. С. 12 ; Русин Е.П., Стажевский С.Б. О современном состоянии и перспективах шведского варианта системы добычи руд с подэтажным обрушением. С. 19).

## **1.2 Моделирование выпуска руды как способ исследования процесса**

Традиционно основным методом исследования процесса истечения раздробленной горной массы в условиях выпуска руды из очистных блоков являлось его физическое моделирование на лабораторных стендах. Моделирование гравитационного потока применительно к условиям

систем разработки с обрушением руды и вмещающих пород является наиболее распространённым и, по общепринятому мнению, самым информативным способом исследования выпуска руды.

Физическое моделирование выпуска руды на лабораторных стендах подразумевает несколько стадий: определение задач исследования; подготовка модели; проведение исследований; обработка результатов.

Подготавливаемые модели, как правило, создаются в масштабе от 1:100 до 1:10, при этом масштабируются как размеры конструктивных элементов, так и ГС выпускаемой горной массы для сохранения геометрического и физического подобия. В качестве сыпучего материала применяется песок или раздробленная горная масса с различными видами ГС.

При физическом моделировании выпуска руды на лабораторных стендах основным методом исследования является визуальное наблюдение за перемещением материала через прозрачные стенки модели. Засыпка материала слоями позволяет видеть формирование зоны потока, линий сдвижения материала и воронок внедрения. Расположение в сыпучем материале специальных пронумерованных жетонов по регулярной сетке и регистрация их выхода при выпуске формирует представление о закономерностях перемещения материала. «Разборка модели» - слоевая выемка сыпучего материала из модели после её выпуска также является одним из способов изучения результатов процесса. В ряде исследований применялись методы «замораживания в парафине»: после выпуска определённого объёма материала модель заливали расплавленным парафином, после его застывания стенки модели разбирались, и появлялась возможность осуществлять различные разрезы без рассыпания и перемешивания материала, т.е. получать не только горизонтальные срезы, которые видны при разборке модели, но и вертикальные (Агошков М.И., Малахов Г.М. Подземная разработка рудных месторождений. С. 9 ; Дубынин Н. Г. Механика выпуска сыпучих тел. С. 9 ; Иофин С.Л., Шкарпетин В.В., Сергеев В.Е. Поточная технология подземной добычи крепких руд. С. 9 ; Малахов Г.М., Безух Р.В., Петренко П.Д. Теория и практика выпуска руды. С. 9 ; Стажевский 1983, 1985. С. 9 ; Леонтьев А.А., Бусырев В.М., Демидов Ю.В. Отчёт о научно-исследовательской работе. С. 14 ; Laubscher D. H. Cave mining — state of the art. С. 18 ; Kvapil R. Sublevel caving - SME mining engineering handbook. 1992 ; Kosowan M. I. Design and operational issues for increasing sublevel cave intervals at Stobie Mine. 1999 ; McNearny R. L., Abel. J. F. Large-scale two-dimensional block caving model tests. 1993 ; и мн.др.).

Теория выпуска руды формировалась также и на основании исследований выпуска сыпучего материала из силосов и бункеров. Как правило, они заполнялись зерном, песком, и другими гранулированными веществами. Процессы, происходящие внутри выпускаемой ёмкости при выпуске из неё сыпучих материалов, весьма схожи, что было выражено широкой общностью исследований по истечению материалов из бункеров и выпуску горной массы на рудниках (Пепелев

Р.Г. Выпуск руды под обрушенными породами. 1982 ; Ревуженко А.Ф., Стажевский С.Б. Об учете дилатансии в основных справочных формулах механики сыпучих сред. 1986 ; Стажевский С.Б. Об особенностях течения раздробленных горных пород при добыче руд с поэтажным обрушением. 1996 ; Шеховцов В.С., Бурмин Г.М. Предотвращение проникновения мелких налегающих пород при выпуске руды из блока. 1985 ; Hustrid W., Kvapil R. Sublevel caving – past and future. 2008 ; и др.).

Однако следует отметить ряд недостатков и сложностей, возникающих при использовании методов моделирования выпуска на лабораторных стендах.

1) Модель, как правило, имеет значительные отличия от реального процесса. В качестве факторов, которые в модели не согласуются с прототипом, могут быть: гладкие поверхности стенок модели (в особенности – фронтальной, изготавливаемой, как правило, из органического стекла); ГС сыпучего материала; пространственное распределение ГС; физико-механические свойства сыпучего материала; масштаб модели.

2) Сложность анализа получаемых результатов и возможность проводить лишь визуальные наблюдения за процессами, происходящими «снаружи», а не внутри модели. Например, невозможность отслеживания траекторий перемещения кусков руды, выполнения разрезов и срезов моделируемого пространства в процессе выпуска, исследования процессов, происходящих в отдельных областях модели (за исключением выпускного отверстия) приводит к невозможности полноценно исследовать процесс выпуска и как следствие к недостаточному пониманию механики гравитационного истечения материала при выпуске (Малофеев Д.Е., Гильдеев А.М., Шерешевец А.С., Черняева И.Е. Обоснование параметров и показателей выпуска руды под обрушенными породами компьютерным моделированием. 2011).

Исследование выпуска руды в условиях действующих горнодобывающих предприятий (Демидов Ю.В., Аминов В.Н. Подземная разработка мощных рудных залежей. С. 12 ; Power G. Full scale SLC draw trials at Rideway Gold Mine. 2004 ; Hollins B., Tucker J. Draw Point Analysis Using a Marker Trial at the Perseverance Nickel Mine, Leinster. 2004 ; Power G., Campbell A. Modelling of real-time marker recovery to improve operational recovery in sublevel caving mines. 2016) также распространено, особенно в области опытно-промышленных испытаний, однако его результаты с научной точки зрения достаточно сложно структурируются, потому что в условиях действующего производства достаточно трудно различить влияние на процесс выпуска отдельных факторов. Вызвано это, в первую очередь, неопределённостью как начального состояния, так и степени влияния каждого из факторов на процесс истечения. Кроме того, в условиях промышленных исследований сложно создать универсальную модель ввиду относительной уникальности свойств каждой отдельной отбиваемой единицы (Lapcevic V., Torbica S. Numerical Investigation of Caved

Rock Mass Friction and Fragmentation Change Influence on Gravity Flow Formation in Sublevel Caving. 2017): её трещиноватости, обводнённости, раздробленности после проведения буровзрывных работ и т.п. Даже при проведении исследований в схожих условиях одного рудника невозможно добиться полного совпадения исходных данных, для изучения влияния на процесс даже одного фактора. Поэтому полученные в исследованиях результаты могут быть не точными и почти всегда носят локальный характер.

С появлением ЭВМ стали развиваться методики численного моделирования, использующие в качестве основы результаты физических исследований и сложный математический аппарат. Родоначальниками данных подходов принято считать Куликова В.В. (Куликов В.В. Выпуск руды. С. 9) и Квапила Р (Kvapil R 1961. С. ; 78. Kvapil R Gravity flow of granular materials in hoppers and bins. С. 9), методики которых разрабатывались в виде алгоритмов, использующих эмпирические зависимости и теорию вероятностей: эллипсоид вращения как тело выпуска и треугольник Паскаля как один из вариантов расчётной схемы. Развитие вычислительных мощностей развитие алгоритмов, основанных на оценке вероятности перемещения фрагментов сыпучего материала из одной зоны выпускаемой области в другую (Chen G. Stochastic modeling of rock fragment flow under gravity. 1997 ; Gustafsson P. Waste rock content variations during gravity flow in sublevel caving: Analysis of full-scale experiments and numerical simulations. 1998). В них предполагается, что перемещение сыпучего материала под действием гравитации имеет стохастическую природу и если всю область моделирования разбить на ячейки, то перемещение фрагментов материала между ними подчиняется вероятностным законам.

Другими подходами к численному моделированию выпуска является метод клеточных автоматов (Castro R.L., Gonzalez F., Arancibia E. Development of a gravity flow numerical model for the evaluation of drawpoint spacing for block/panel caving. 2009 ; Nedderman R. M. Statics and Kinematics of Granular Materials. Cambridge. 2005), который оказался более применимым для анализа потока сыпучей среды, выпускаемой из бункеров. Метод клеточных автоматов является упрощённым вариантом по сравнению с методом дискретных элементов (МДЭ), который также используется для моделирования выпуска руды под обрушенными породами (Larcevic V., Torbica S., Asadizadeh M., Đokić N., Duranović M., Petrović M. Influence of boundary conditions in DEM models of sublevel caving on dilution and recovery. 2018).

Таким образом, физическое моделирование как способ исследования процесса выпуска раздробленной горной массы на сегодняшний день утрачивает свою ценность ввиду слабой информативности. В тоже время методы численного моделирования требуют понимания области применимости для исследовательских и инженерных целей.

### **1.3 Обзор методов численного моделирования для решения задач выпуска руды под обрушенными породами**

Как правило, показатели извлечения на горнодобывающих предприятиях определяют по традиционным методикам, суть которых заключается в следующем. По геометрическим параметрам фигуры выпуска, определяемым по эмпирическим формулам, с использованием информации о содержании полезного компонента в массиве горных пород вычисляются объёмы выпускаемой руды и породы. В качестве фигуры выпуска используется эллипсоид вращения для донного и трёхосный эллипсоид для торцового выпуска. Вписыванием фигур выпуска в проектные и фактические контуры выемочных единиц определяется объём фактически добытой руды, среднее содержание в выпущенной руде, потери и разубоживание.

Одним из примеров геометрического решения задачи моделирования выпуска является программа Д.Е. Малофеева (Малофеев Д.Е., Гильдеев А.М., Шерешевец А.С., Черняева И.Е. Обоснование параметров и показателей выпуска руды под обрушенными породами компьютерным моделированием. С. 21), реализованная в среде AutoCAD. Первоначально приложение являлось самостоятельной программой. В дальнейшем была реализована возможность взаимодействия со сторонними ГГИС такими как Micromine и Datamine. В качестве исходных данных программа использует блочную модель массива горных пород, который дискретизируется до размера среднего куска руды, получаемого после проведения взрывных работ. В такой субблокированной модели производится распределение кусков (кубиков) в моделируемом пространстве, согласно данным о буровзрывных работах. В расчётах также учитывается состояние вышележащих блоков, объёмы пород которого считаются как неминерализованные либо слабоминерализованные. Запасы, находящиеся в межблоковых и межэтажных целиках также распределяются по моделируемой области согласно схеме их распределения при проведении взрывных работ. Разрыхление в массиве достигается за счёт смещения блоков в шахматном порядке. Далее в перераспределённой модели массива по известным закономерностям (Малофеев Д.Е. Развитие теории и практики выпуска руды под обрушенными породами. С. 21) воспроизводятся в виде 3D-моделей породные воронки. Реализация данного алгоритма производилась на ЭВМ по следующему принципу: блочная модель массива горных пород, созданная по результатам эксплуатационной разведки в ГГИС импортируется в программу-макрос, разработанную в среде Microsoft Excel, в которой производится пересчёт координат кусков массива и на основании полученных данных строятся модели объектов для обоснования проектных решений.

Среди недостатков данной реализации стоит отметить невозможность расчета прогнозных показателей извлечения в отдельной дозе выпуска, что необходимо для более точного управле-

ния процессом. Кроме того, программа в своих расчётах слабо учитывает физическо-механические свойства сыпучей среды, что может существенно влиять на результаты выпуска. Тем не менее, программа позволяет моделировать различные режимы выпуска руды для наиболее часто применяемых вариантов систем разработки месторождений, что делает её достаточно универсальным инструментом.

Другим вариантом реализации методик подсчёта показателей извлечения при выпуске является использование стохастических методов. Например, разработанная для АО «Кольская ГМК» компьютерная программа стохастического моделирования выпуска руды MineCAD (Савич И.Н., Пепелев Р.Г., Гагиев Т.А., Павлов А.А. Метод обоснования нормативов потерь и разубоживания при выпуске руды под обрушенными породами. 2009 ; Савич И.Н., Гагиев Т.А., Павлов А.А. Обоснование параметров системы и нормативных показателей извлечения при применении технологий, предусматривающих выпуск руды под обрушенными. 2011). Аналитическое описание процесса выпуска и расчёты показателей извлечения основаны на использовании, как минимум, четырёх методов расчёта: последовательных подстановок, графоаналитического, графического и на основе компьютерной матрицы выпуска. Суть расчётов заключается в следующем:

- на универсальном графике из начала координат проводится луч, угол наклона которого определяется в зависимости от геометрических размеров выпускаемого слоя и сыпучих свойств руды;
- на луче находят, используя имеющиеся на графике изолиний качества, точку, удовлетворяющую условию достижения предельного разубоживания в дозе выпуска;
- по координатам найденной точки с помощью аналитических формул вычисляют требуемые показатели извлечения.

В программе применяются статистические методы с системой гибкой регуляции параметров, зависящих от определённых свойств руды. При построении весь моделируемый блок, как и в программе Д.Е. Малофеева, разбивают на условные кубы, описывающие характеристики среднего размера куска отбитой руды. Далее программа строит модель рудного тела и запускается расчёт движения руды под собственным весом. Моделируемый выпуск дозируют на ковши погрузочной машины. Каждая доза вносит свой вклад в рассчитываемые показатели. Одной из важных особенностей данного продукта можно назвать возможность моделирования сложных схем выпуска. Тем не менее, используемая в программе модель движения частицы как спиралевидная вызывает сомнения.

Ещё одной программой, использующей стохастические методы при моделировании, является программный продукт FlowDelevel, разработанный Е.Л. Левиным (Левин, Программа для 3D моделирования... URL: [delevelcad.narod.ru](http://delevelcad.narod.ru)) на основе стохастической модели выпуска руды



В.В. Куликова (Куликов В.В. Выпуск руды. С. 9). Программа позволяет, используя блочную модель рудного тела, осуществлять планирование выпуска руды с разбивкой на плановые периоды (годы, кварталы, месяцы, декады, смены). В качестве исходных данных используются трехмерная блочная модель месторождения, формируемая в предлагаемом комплексе на основе планов горизонтов и геологических разрезов, схемы проходческих и нарезных работ, вариантов отработки, ряда таблиц с исходными горно-геологическими и технико-экономическими показателями по планируемому к выпуску блоку. Исходные данные готовятся в виде таблиц в редакторе Microsoft Excel или в виде текстовых и \*.dxf – файлов.

На основе подхода Е.Л. Левина ОАО «ВИОГЕМ» (Кабелко С.Г., Дунаев В.А., Герасимов А.В. Компьютерная технология прогнозирования показателей выпуска руды при разработке месторождений системами с обрушением руды и породы. 2014) реализовано свою методику виртуального мониторинга выпуска руды и определения прогнозных показателей её извлечения на базе ГГИС «Геомикс» в виде дополняющего её функционального модуля FlowFrame. В алгоритме выпуск руды отнесён к нестационарным физическим процессам массопереноса, которые описываются дифференциальным уравнением параболического типа. Для описания процесса выпуска руды из нескольких выпускных отверстий данное уравнение решается численным методом переменных направлений с постановкой граничных условий. Исходными данными для выполнения численных расчетов являются: блочная модель рудного тела с распределением содержания полезного компонента; геометрические параметры выемочного блока, добычных выработок и выпускных отверстий; параметры выпуска (площадь сечения выпускных отверстий; минимальный объем выпускаемой рудной массы, в котором необходимо рассчитывать содержание полезного компонента; последовательность работы выпускных отверстий; условия прекращения выпуска). Численными расчётами определяется весовая функция и элементарный объём перераспределения выпускаемого материала, а затем в зависимости от полученных значений, рассчитывается перераспределение материала внутри выемочного блока с оценкой среднего содержания полезного компонента. На основе этих параметров по авторским алгоритмам отслеживается вероятность смещения материала в ячейках блочной модели рудного тела из вышележащего горизонтального слоя в нижележащий. Также особенностью описанной методики моделирования является возможность учёта фильтрации и сепарации пород на основе коэффициентов фильтрации и сепарации, определяемых эмпирически при сравнении результатов реального выпуска руды и численных экспериментов.

Рассмотренные выше методы являются наиболее используемыми в настоящее время в отечественной практике. Их анализ показал следующие общие характерные черты:

1) Моделирование опирается на геометрические параметры фигуры выпуска, в качестве которых принимается эллипсоид вращения или трёхосный эллипсоид, и строится на стохастических вычислительных алгоритмах.

2) Для описания характеристик выпускаемого материала используется средний размер куска руды.

3) При моделировании в недостаточной степени учитывается влияние друг на друга нескольких выпускных отверстий, режим выпуска руды, неоднородность контакта руды и породы, боковое разубоживание и ряд других важных факторов, существенным образом влияющих на показатели извлечения руды.

По некоторым оценкам методы компьютерного моделирования процесса выпуска руды позволяют с приемлемой для производственных целей достоверностью (около 80% (Савич И.Н., Гагиев Т.А., Павлов А.А. Обоснование параметров системы и нормативных показателей извлечения при применении технологий, предусматривающих выпуск руды под обрушенными. С. 24)) рассчитать прогнозные показатели извлечения руды, строить планы выпуска и анализировать по полученным результатам эффективность того или иного варианта применяемой технологии. Однако их применение для исследования процесса выпуска руды в силу слабого учёта механики взаимодействия фрагментов разного размера проблематично.

Также слабо применимы для исследовательских целей и модели, разработанные на основе клеточных автоматов, каждая клетка которой может принимать в каждый момент времени одно из конечного множества состояний, а смена этих состояний описывается набором правил. Поскольку правила задаются с использованием зависимостей, получаемых на основе тех же исследований на физических моделях, то эти модели аналогично использующим теорию вероятностей слабо воспроизводят физику процесса

Более широкие возможности для воспроизведения физики процесса выпуска ГМ предоставляют дискретные модели, которые лучше отражают процессы, проходящие в сыпучей среде (Гурин К.П. Моделирование выпуска руды на основе дискретного моделирования взаимодействия дроблёной горной массы. 2011). Среди них можно выделить метод дискретных элементов, который может быть применим для моделирования выпуска руды. Одним из его недостатков является высокая вычислительная сложность. Упрощение модели и ускорение её расчёта может быть достигнуто исключением из неё факторов, которые незначительно влияют на процесс истечения руды, но при этом усложняют расчёт.

## 1.4 Факторы, влияющие на процесс истечения горной массы при выпуске

Исследованиями разных авторов были установлены основные факторы, влияющие на процесс истечения горной массы при выпуске под обрушенными породами. Среди них:

- физико-механические свойства выпускаемых руд и пород;
- форма кусков, ГС сыпучей среды и его пространственное распределение в массиве;
- прочие свойства выпускаемого сыпучего материала: влажность, коэффициент разрыхления, горное давление, высота обрушенного массива и т.д.;
- параметры конструктивных элементов системы разработки и их взаимное расположение, в том числе размеры, форма и расположение выпускного отверстия.

В данном разделе рассматриваются основные факторы применительно к моделированию процесса выпуска.

### 1.4.1 Физико-механические свойства выпускаемой ГМ

Физико-механические свойства выпускаемой ГМ, такие как модуль Юнга, коэффициент Пуассона, плотность, пористость, трещиноватость, абразивность, хрупкость, липкость, слёживаемость, склонность к сводообразованию (как набор отдельных факторов) значительно влияют на процесс истечения. Большинство из них являются определяющими для основной характеристики раздробленной ГМ - сыпучести материала (Шеховцов В.С., Бурмин Г.М. Предотвращение проникновения мелких налегающих пород при выпуске руды из блока. С. 21).

Помимо перечисленных выделяют также ряд свойств сыпучего материала, напрямую влияющих на процесс его выпуска.

Угол внутреннего трения ГМ при увеличении сужает зону потока. Таким образом, при выпуске сухих абразивных руд, имеющих большое внутреннее трение, зона потока будет уже. Однако отмечается (Куликов 1980), что угол внутреннего трения существенно зависит от коэффициента разрыхления.

При увеличении сил сцепления между фрагментами сыпучего материала ширина зоны потока уменьшается. При выпуске влажных глинистых руд с высоким сцеплением зона потока получается узкой. Увеличение сил сцепления возможно до потери свойства сыпучести материала.

Угол естественного откоса оказывает влияние на радиус зоны потока в меньшей степени, чем угол внутреннего трения, но влияние его аналогичное: с увеличением угла естественного откоса радиус зоны потока уменьшается.

Однако стоит отметить, что управлять перечисленными свойствами материала для достижения оптимальных показателей извлечения практически невозможно.

#### **1.4.2 Форма кусков, гранулометрический состав сыпучей среды и его пространственное распределение в массиве**

На факторы, рассматриваемые в данном подразделе возможно оказывать влияние изменением параметров буровзрывных работ. Следовательно, управляя последними, возможно добиваться оптимальных показателей извлечения.

Форма кусков играет важнейшую роль при формировании зоны потока. Наиболее благоприятной для выпуска является сферическая форма кусков, которая недостижима при взрывной отбойке в массиве ГП. На конечную форму и размер кусков отбиваемой ГМ влияют физико-механические свойства материала, системы трещин в массиве, наличие и расположение свободных поверхностей при взрывании, расстояние от заряда взрывчатого вещества (ВВ). Кроме того, установлено, что при движении фрагмента горной массы от своего первоначального положения к выпускному отверстию его форма меняется, сглаживаясь за счёт трения с другими кусками (Стажевский С.Б. О второй форме течения сыпучих материалов в бункерах. С. 9).

ГС и его пространственное распределение в выпускаемой ГМ наряду с формой кусков является одним из важнейших факторов, определяющих производительность выпуска отбитой руды (Дубынин Н. Г. Механика выпуска сыпучих тел. С. 9). С увеличением крупности материала увеличивается ширина зоны потока. Большие размеры кусков ГМ её истечение вследствие того, что они оказывают статическое сопротивление изменению их естественного расположения. Немаловажным параметром при выпуске является не только сам размер куска, но и его отношение к величине выпускного отверстия. Установлено (Именитов В.Р. Процессы подземных горных работ при разработке рудных месторождений. С. 9), что отношение среднего размера куска ГМ при донном выпуске к диаметру выпускного отверстия должно составлять не менее, чем 1:4. Если данное соотношение будет ниже, то куски над выпускным отверстием будут регулярно расклиниваться и образовывать зависания.

Поскольку ГМ в условиях реального выпуска имеет неоднородный ГС, то немаловажными являются следующие характеристики ГМ: соотношение количества кусков разных фракций, наличие крупных включений – негабаритов в ней, пространственное распределение кусков различных фракций (Алексеев И.А. Обоснование параметров технологии и показателей торцевого выпуска под обрушенными породами с учётом грансостава рудной массы. 1995).

Как правило, при взрывной отбойке используют веерное расположение скважин. Такая схема приводит к неравномерному и, зачастую, непредсказуемому дроблению отбиваемой ГМ. Как правило, вблизи выпускных отверстий наблюдается переизмельчение отбитой ГМ, а ближе к концам скважин - наличие негабаритов.

Наличие внутри выпускаемого объёма областей с различной крупностью выпускаемого материала приводит к неравномерному движению сыпучей среды ввиду того, что материал различной крупности обладает неодинаковыми сыпучими свойствами. Наличие негабаритов в зоне потока значительно меняет его, затрудняя движение остальных кусков. Обладая меньшей относительной скоростью перемещения крупные негабаритные куски «заставляют» обтекать себя более мелкими фракциями, создают заторы и образуют зависания сыпучего материала вблизи выпускных отверстий. Кроме того, наличие в выпускаемой горной массе негабаритов имеет наиболее серьёзные последствия при выпуске руды в условиях наиболее распространённого, «шведского» варианта системы разработки с поэтажным обрушением и торцевым выпуском руды. Из-за конструктивных особенностей появление негабаритов вблизи выпускного отверстия приводит к значительному увеличению разубоживания руды (Русин Е.П., Стажевский С.Б. О современном состоянии и перспективах шведского варианта системы добычи руд с поэтажным обрушением. С. 19).

#### **1.4.3 Прочие свойства ГМ, влияющие на процесс выпуска**

Влажность сыпучего материала увеличивает угол внутреннего трения и оказывает большое влияние на сцепление его фрагментов между собой. Увеличение влажности ведёт к уменьшению ширины зоны потока, особенно при наличии в выпускаемой ГМ большого количества пылеватых и глинистых частиц. Обводнение сыпучего материала может привести к потере им свойств сыпучести вплоть до перехода в состояние пльвуна и образования «труб» в выпускаемом массиве. Т.е. влияние влажности на свойства сыпучести материала тем сильнее, чем мельче его фракционный состав и чем выше в нём содержание мелких частиц. Кроме того, в (Зубков В. П., Петров Д.Н., Необутов Г.П. Влияние влажности отбитой руды на потери в зависимости от времени ее нахождения в блоке до выпуска при разработке месторождений криолитозоны. 2018) установлено, что увлажнение раздробленной горной массы до определённых значений может приводить к её смерзанию и как следствие к значительным потерям руды в условиях криолит зон.

Касаемо влияния величины горного давления на параметры фигуры выпуска имеются весьма противоречивые данные. Эксперименты по выпуску песка, проведённые Дубыниным Н.Г. (Дубынин Н. Г. Механика выпуска сыпучих тел. С. 9) говорят, что радиус фигуры выпуска возрастает при увеличении слоя сыпучего материала. С другой стороны, в (Малахов Г.М., Безух Р.В., Петренко П.Д. Теория и практика выпуска руды. С. 9) приводятся сведения о том, что ширина фигуры выпуска уменьшается с увеличением глубины ведения выпуска. Вероятно, в данном случае имеет место ситуация сочетания различных факторов, влияющих на выпуск. Их комбинации друг с другом могут приводить к различным явлениям, которые достаточно сложно предска-

зять. Также следует принять во внимание мнения, высказанные различными авторами относительно образования сводов и собранные воедино Балхавдаровым Х.А. (Балхавдаров Х.А. Движение и истечение руды при выпуске. С. 9): за счёт сцепления кусков горной массы между собой и наличия разуплотнённой области в зоне влияния выпускного отверстия образуются своды естественного равновесия в виде арок. Своды располагаются один над другим, постоянно образуются и разрушаются в процессе выпуска. За счёт сводообразования часть вертикальной составляющей силы тяжести переходит в горизонтальную, которая передаётся на окружающий массив. Эти положения подтверждаются исследованиями, проведёнными ещё в 1938-1940 гг. (Тахтамышев С.Г. Опытное исследование давления зерна в силосах элеватора при Госмукзаводе в Баку. 1940) на силосах: установлено, что давление на стенки силоса в его центральной части в 2,5-3 раза может превышать этот показатель по сравнению с нижней частью стенки. Таким образом, непосредственно в зоне влияния выпускного отверстия действует не вся масса раздробленных налегающих пород, а лишь её часть. При этом давление в сечении выпускного отверстия не постоянно, а зависит от разрушения и образования динамических сводов.

В работе (Неверов С.А. Обоснование подземных технологий с обрушением руды и вмещающих пород при выемке мощных крутопадающих залежей в условиях роста глубины разработки. 2021) показано, что для системы разработки с подэтажным обрушением и торцевым выпуском руды при увеличении глубины ведения горных работ от 100м до 1800м показатели потерь и разубоживания возрастают в 1.3-1.4 и 1.2-1.3 раза соответственно. Объясняется это уменьшением ширины зоны потока из-за большего давления обрушенных пород, вызванного снижением показателя сыпучести более нагруженной ГМ.

#### **1.4.4 Параметры конструктивных элементов, режим выпуска**

Размер выпускного отверстия не влияет на радиус кривизны потока, но увеличивает его полный радиус при любой высоте выпускаемого слоя. Влияние формы выпускного отверстия имеет следующее действие: при вытянутом, прямоугольном и квадратном сечении выпускного отверстия на некотором расстоянии от него зона потока в поперечном сечении становится круглой формы. Изменение формы и размеров выпускного отверстия влияния на форму зоны потока не оказывает. Зона потока при всех размерах выпускного отверстия сохраняет одну и ту же форму (Дигтерук М.Г., Кравчук В.Т., Заслуженный А.С., Човнюк Ю.В. Исследование закономерностей движения сыпучих материалов в вертикальных ёмкостях (силосы/бункеры): мониторинг статического напряжённого состояния и анализ истечения по второй форме в общей постановке // Вестник Херсонского национального технического университета, 2018. - №3 (66). Том 1. 2018). На размеры и положение зоны потока геометрическая форма выпускного отверстия влияет следующим образом: при симметричном сужении сечения выпускного отверстия положение и раз-

меры зоны потока не изменяются. При несимметричном - зона делается уже, объём её значительно уменьшается, на выступе воронки остаётся конус руды. Для достижения максимально возможной ширины зоны потока необходимо, чтобы она вписывалась в выпускную воронку, т.к. наклон стенок выпускной воронки должен быть меньше наклона образующей зоны потока. Однако в условиях торцевого выпуска руды особого влияния на форму выпускного отверстия добиться сложно, т.к. она продиктована в первую очередь формой сечения выпускной выработки, определяемой в свою очередь вопросами безопасности ведения работ (Ермакова И.А. Управление формированием потоков при выпуске руды из блоков в системах разработки с обрушением. 2007).

Геометрические размеры и форма конструктивных элементов формируют горно-технологические условия, в которых происходит истечение ГМ. Если на пути потока выпускаемой ГМ находятся крупные включения, представляющие собой неотбитые части массива ГП, то они являются для него препятствием. Вблизи препятствия движение потока замедляется, т.к. фрагменты выпускаемой ГМ взаимодействуют с ним (Тезиев Т.М. Совершенствование способов выпуска и погрузки обрушенной руды погрузочными ковшовыми машинами. 2000). Такие области могут как направлять поток (например, дучки выпускных воронок, откосы траншей), так и ограничивать его (фронтальная стенка массива ГП при торцевом выпуске).

Режим выпуска, подразумевающий очередность извлечения рудной массы из выпускных отверстий, объёмы доз выпуска, интенсивность извлечения рудной массы из выпускных отверстий, значительно влияет на показатели извлечения.

Интенсивность выемки влияет в первую очередь на состояние сыпучей среды в процессе извлечения. При интенсивной выемке отбитые руды и обрушенные породы не успевают слёживаться, смерзаться, за счёт чего выпуск происходит при более благоприятных условиях: увеличенном коэффициенте разрыхления, подвижных рудах и породах (Зубков В. П., Петров Д.Н., Необутов Г.П. Влияние влажности отбитой руды на потери в зависимости от времени ее нахождения в блоке до выпуска при разработке месторождений криолитозоны. С. 29).

Очередность извлечения и объёмы доз выпуска определяют геометрию опускания рудопородного контакта и значительным образом влияют на разубоживание руды при выпуске. Общая тенденция сводится к максимально возможному снижению количества разубоживающих плоскостей, представляемыми плоскостями контакта руд с вмещающими и налегающими породами. Достигается это при донном выпуске руды главным образом за счёт плавного опускания рудо-породного контакта и поддержания его неразрывности и горизонтальности; для торцевого же выпуска актуальным является выдерживание определённой формы фронта ведения горных работ, зависящего также и от геомеханических условий отработки (Айнбиндер И.И., Калмыков

В.Н., Романько Е.А. Пути снижения потерь и разубоживания руды при отработке приконтурных запасов системами разработки с обрушением руды и вмещающих пород. 2007).

### 1.5 Задачи и методы исследования

Проведённый анализ показал, что в настоящее время, несмотря на более чем 80-летнюю историю исследований до сих пор нет единого мнения об отдельных ключевых особенностях поведения раздробленной ГМ при её выпуске, в частности: о форме фигуры выпуска, о траекториях перемещения фрагментов сыпучей среды при торцевом и донном выпуске, о совокупном влиянии параметров выпуска на показатели извлечения.

Обзор результатов исследований подтверждает необходимость дальнейшего изучения поведения сыпучей среды при выпуске, что позволит совершенствовать методы повышения показателей извлечения. Особенно это важно в связи переходом значительного числа горнодобывающих предприятий от применения этажных систем с обрушением к подэтажным с торцевым выпуском руды, где существует ряд проблем, связанных с недостаточным пониманием механизмов, влияющих на показатели извлечения руды.

Анализ публикаций показал, что наиболее эффективным на сегодня методом исследования процесса выпуска руды является его численное моделирование, позволяющее по сравнению с физическим моделированием существенно повысить точность воспроизведения реальных условий выпуска ГМ и снизить сроки экспериментальных исследований.

Таким образом, изучение состояния вопроса позволило сформулировать цель работы, для достижения которой необходимо было решить следующие **задачи**:

- 1) Сформулировать требования к численной модели, выполнить её настройку и заверку.
- 2) Провести серию численных экспериментов для установления общих закономерностей движения фрагментов моделируемой среды при различных начальных и граничных условиях.
- 3) Провести численные исследования процесса торцевого выпуска руды на примере горнотехнических условий разработки апатитовых руд Хибинских месторождений для выявления закономерностей процесса истечения руды.
- 4) На основе выявленных закономерностей разработать методику обоснования оптимальных параметров системы разработки с подэтажным обрушением и торцевым выпуском руды.

Для решения поставленных задач использовался комплекс современных средств и методов исследований, включающий:



- систематизацию, анализ и научное обобщение результатов отечественных и зарубежных работ по вопросам теории и выпуска сыпучих сред и расчётным методам моделирования этого процесса;
- адаптацию программных средств к горнотехническим условиям реального производства для моделирования технологического процесса выпуска ГМ;
- проведение численных экспериментов с использованием программных средств, реализующих метод дискретных элементов;
- научное обобщение результатов проведенных исследований и разработку на их основе методики, принятой для использования на горнодобывающем предприятии.

## 2 ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ВЫПУСКА ГОРНОЙ МАССЫ

### 2.1 Выбор метода моделирования

Проведённый в Главе 1 анализ показал, что при исследовании процесса выпуска руды широко используются методы физического и численного моделирования. При этом физическое моделирование ввиду ограниченности адаптационных возможностей не позволяет с достаточной точностью воспроизвести условия реального выпуска раздробленной ГМ. Одновременно инструменты цифрового моделирования выпуска руды позволяют с приемлемой для производственных целей достоверностью воспроизвести условия, процесс и результат выпуска ГМ

При этом очевидно, что для получения наиболее достоверных результатов необходимо применять более совершенные виды моделирования поведения раздробленной ГМ, основанные на цифровом подобию реального механизма взаимодействия кусков различной формы и размера в процессе их перемещения.

Среди таких методов следует выделить метод дискретных элементов (МДЭ), хорошо зарекомендовавший себя в задачах, связанных с моделированием сыпучих сред. Его отличительной особенностью является моделирование взаимодействия фрагментов сыпучего материала с задаваемыми физико-механическими свойствами в моделируемых условиях. МДЭ использует в расчёте модели контактных сил, подчиняющихся законам движения Ньютона (Клишин 2009). В основе метода лежит определение текущего положения для каждого моделируемого фрагмента сыпучей среды, действующие на каждый из них силы, что необходимо для вычисления положения фрагментов на следующий временной шаг, который будет являться отправной точкой для следующей итерации расчёта. Таким образом, производится последовательный расчёт местоположения каждого фрагмента сыпучего материала на протяжении времени моделирования.

Первоначально МДЭ был применён в 1971 г для решения задач механики горных пород, и в дальнейшем область его использования расширялась. Поскольку раздробленный массив горных пород можно рассматривать как сыпучий материал, а процесс выпуска как взаимодействие большого количества фрагментов, то это позволило найти применение МДЭ для моделирования процесса выпуска руды (Rayo J.D., Mercado J.M., Encina V. Simulation of block caving operation using a discrete element method (DEM). 2016 ; Clearly P.W. DEM modelling of industrial granular flows: 3D case studies and the effect of particle shape on hopper discharge. 2002). В последнее время

за счёт значительно возросших вычислительных возможностей персональных компьютеров и появления вычислительных кластеров данный метод получает всё большее распространение для решения технологических задач в области добычи и переработки полезных ископаемых.

Детальное исследование процесса выпуска ГМ с применением МДЭ возможно, и, благодаря инструментам анализа, позволяет изучить моделируемый процесс «изнутри» (Феоктистов и др. 2011), что при применении ранее используемых методов является практически невозможным.

Применительно к выпуску руды, использование МДЭ позволяет лучше понять механизмы гравитационного потока отбитой горной массы. Преимуществом МДЭ по сравнению с исследованиями на физических моделях является возможность сравнительно быстрых и не затратных исследований. Одной из главных особенностей данного метода исследований является возможность создания максимально идентичных начальных условий в модели при исследовании влияния на процесс отдельных факторов.

Однако значительным препятствием при использовании МДЭ является их вычислительная сложность. Некоторые расчёты в программе занимают достаточно длительное время: от нескольких дней до месяцев (Гурин К.П. Моделирование выпуска руды на основе дискретного моделирования взаимодействия дроблёной горной массы. С. 26). Вычислительная сложность возрастает с увеличением размеров модели, применением несферических фрагментов сыпучего материала и, особенно, при моделировании поведения материала с существенно неоднородным ГС. Распараллеливание расчётов, использование мощных вычислительных средств (включая суперкомпьютеры) позволяет сократить время вычисления в десятки раз, однако оно всё равно остаётся достаточно значительными.

Вышеуказанное приводит к необходимости упрощения и ограничения разрабатываемых моделей. Следовательно, сложно моделировать реальные горно-технические условия, которые могут встречаться на практике, но можно получать определённые закономерности для выработки практических рекомендаций.

Проанализировав доступные платформы, реализующие МДЭ, было решено использовать для создания модели выпуска руды программный продукт Rocky DEM (Кокоев С.Г., Юсупов Г.А., Феоктистов А.Ю., Трофимов А.В., Румянцев А.Е., Кузьмин С.В. Обоснование параметров капитального рудоспуска на основе дискретно-элементного моделирования. 2019). Одной из существенных особенностей данного программного продукта для исследования выпуска ГМ является возможность задавать неоднородный ГС сыпучего материала и использовать при моделировании фрагменты любой формы.

Для изучения области применения данного инструмента были проведены численные эксперименты по донному выпуску сыпучего материала из бункеров с одним-тремя отверстиями (Рисунок 2.1).

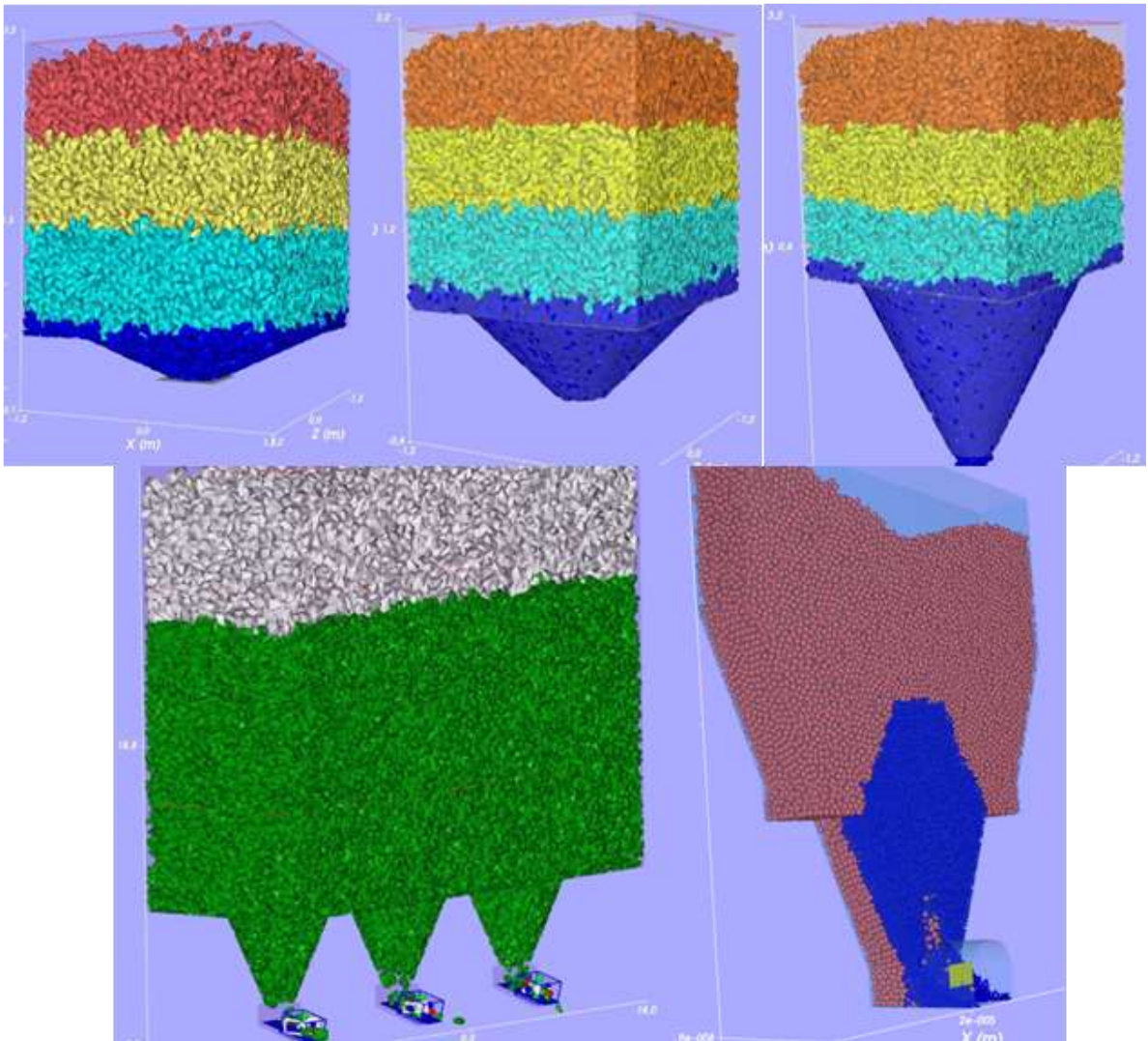


Рис. 2.1 – Примеры упрощённых моделей бункеров, применявшихся при тестовых экспериментах

Геометрической модели задавались такие размеры, чтобы предполагаемая фигура выпуска не касалась стенок бункера. Было смоделировано свободное истечение сыпучего материала и истечение в режиме вибровыпуска, для чего в дучке устанавливалась вибрирующая пластина. Параметры пластины задавались согласно характеристикам вибропитателя ВДПУ-4ТМ. Все модели объектов создавались в ГГИС MINEFRAME (Lukichev S.V., Nagovitsyn O.V., Laptev V.V. Digital tools for underground mine planning: Cut-and-fill mining. 2021) и в дальнейшем импортировались в Rocky DEM. В экспериментах моделировалась ГМ, состоящая из 70-150 тыс. кусков с распределением их по размерам от 0,4 до 1,2 м. Фрагментам сыпучей среды задавались физико-механические свойства, аналогичные апатито-нефелиновой руде, форма кусков выбиралась шарообразная и фасеточная (гранёная).

Результаты экспериментов показали адекватность результатов моделирования общепринятым представлениям о процессе выпуска ГМ. Тестовое моделирование показало, что формируемые фигуры выпуска, углы естественного откоса сыпучего материала и сам процесс его истечения из бункера подобны данным, полученным из экспериментов на реальных и физических моделях (Вохмин С.А., Требуш Ю. П., Курчин Г. С. Методика расчета показателей извлечения не-рудных полезных ископаемых при подземной добыче. 2012 ; Слащилин И.Т., Лапин В.А. Методика расчета прогнозных показателей извлечения руды при торцовом выпуске. 2000).

Целью дальнейшей адаптации модели в Rocky DEM к условиям проведения численных экспериментов являлась её калибровка, одной из задач которой было выявление факторов, позволяющих уменьшить время численных экспериментов без существенной потери точности получаемых данных.

## 2.2 Калибровка численной модели

Использование МДЭ и программных платформ, реализующих его, для моделирования сыпучих материалов, в том числе для моделирования выпуска руды, на сегодняшний день достаточно распространено (Арсентьев В.А., Блехман И.И., Блехман Л.И., и др. Методы динамики частиц и дискретных элементов как инструмент исследования и оптимизации процессов переработки природных и техногенных материалов. 2010 ; Дорофеенко С.О. Моделирование сыпучих сред методом дискретных элементов. 2008 ; Феоктистов .Ю, Каменецкий А.А., Блехман Л.И., Васильков В.Б., Скрыбин И.Н., Иванов К.С. Применение метода дискретных элементов для моделирования процессов в горно-металлургической промышленности. 2011 ; Ai .J., Chen J.F., Rotter J.M., Ooi J.Y. Assessment of rolling resistance models in discrete element simulations. 2011 ; Elmo D., Stead D., Eberhardt E., Vyazmensky A. Applications of Finite/Discrete Element Modeling to Rock Engineering Problems. 2013 ; Lapcevic V., Torbica S. Numerical Investigation of Caved Rock Mass Friction and Fragmentation Change Influence on Gravity Flow Formation in Sublevel Caving. С. 21 ; Lapčević V., Torbica S., Asadizadeh M., Đokić N., Duranović M., Petrović M. Influence of boundary conditions in DEM models of sublevel caving on dilution and recovery. С. 22 ; Suzuki Morales K., Suorineni F.T. Using numerical modelling to represent parameters affecting cave mining. 2017 ; Pierce M. A Model for Gravity Flow of Fragmented Rock in Block Caving Mines. 2009 ; Rayo J.D., Mercado J.M., Encina V. Simulation of block caving operation using a discrete element method (DEM). С. 34 ; Svartsjaern M., Saiang D. Discrete Element Modelling of Footwall Rock Mass Damage Induced by Sub-Level Caving at the Kiirunavaara Mine. 2017). Однако условием, необходимым для получения достоверных результатов, является точность настройки применяемых моделей расчёта и в частности - характеристик материала. Традиционно в программном обеспечении, реализующем МДЭ,

необходимо настроить физические модели расчёта и ряд свойств элементов модели (применительно к выпуску руды – сыпучего материала и конструктивных элементов модели).

Программа Rocky DEM использует следующие физические модели расчёта:

- тангенциальных и нормальных сил взаимодействия,
- адгезии,
- сопротивления качению.

Каждая модель определяет вариант алгоритма расчёта, влияющий на конечные результаты моделирования. Вариативность является следствием широты возможного спектра решаемых задач при помощи данного программного продукта, включая моделирование различных типов материалов в возможном многообразии окружающих условий. Физическая модель расчёта определялась главным образом по рекомендациям разработчиков программного обеспечения Rocky DEM (далее - ПО), в неоднозначных случаях проводились сравнительные эксперименты, в которых определялась наиболее подходящая модель по физическому подобию поведения фрагментов раздробленной ГМ.

В качестве основных исходных характеристик сыпучего материала используются:

- плотность;
- модуль Юнга;
- коэффициент Пуассона;
- гранулометрический состав;
- форма кусков;
- сопротивление качению;
- коэффициенты статического и динамического трения;
- коэффициент реституции;
- расстояние начала действия сил адгезии между частицами;
- величина силы адгезии в долях от силы тяжести.

Большая часть перечисленных свойств горных является справочными величинами или свойствами сыпучей среды. Однако некоторые из приведённых свойств не известны и поэтому возникает необходимость их подбора и дальнейшей калибровки модели. Одним из методов, широко используемых для калибровки сыпучих материалов в численной модели, является измерение угла естественного откоса (УЕО) при высыпании материала из цилиндрической ёмкости на горизонтальную поверхность (Каравацкий А.Я., Лазарев Т.В. Оценка метода дискретного элемента для прогнозирования поведения сыпучих сред на примере нефтяного кокса. 2014).

Этим методом был проведён ряд экспериментов. В качестве исходного сыпучего материала для калибровки были взяты подкрашенные куски апатит-нефелиновой руды размерами 20-35

мм, которыми заполнялся вертикально расположенный цилиндр диаметром 100 мм на высоту 200 и 400 мм, после чего форма медленно поднималась вверх, и частицы рассыпались по горизонтальной площадке, формируя УЕО (Рисунок 2.2 а). Различная высота засыпки цилиндра выбиралась для получения большей точности численной модели, т.к. углы естественного откоса в таких случаях составляли разные величины. Для получения большей точности измерения процесс был неоднократно повторён, однако формирующиеся горизонтальный радиус и высота горки почти не изменялись. В результате средние значения УЕО составили  $29,5^{\circ}$  для высоты слоя в цилиндре 200 мм и  $27,2^{\circ}$  для высоты - 400 мм.

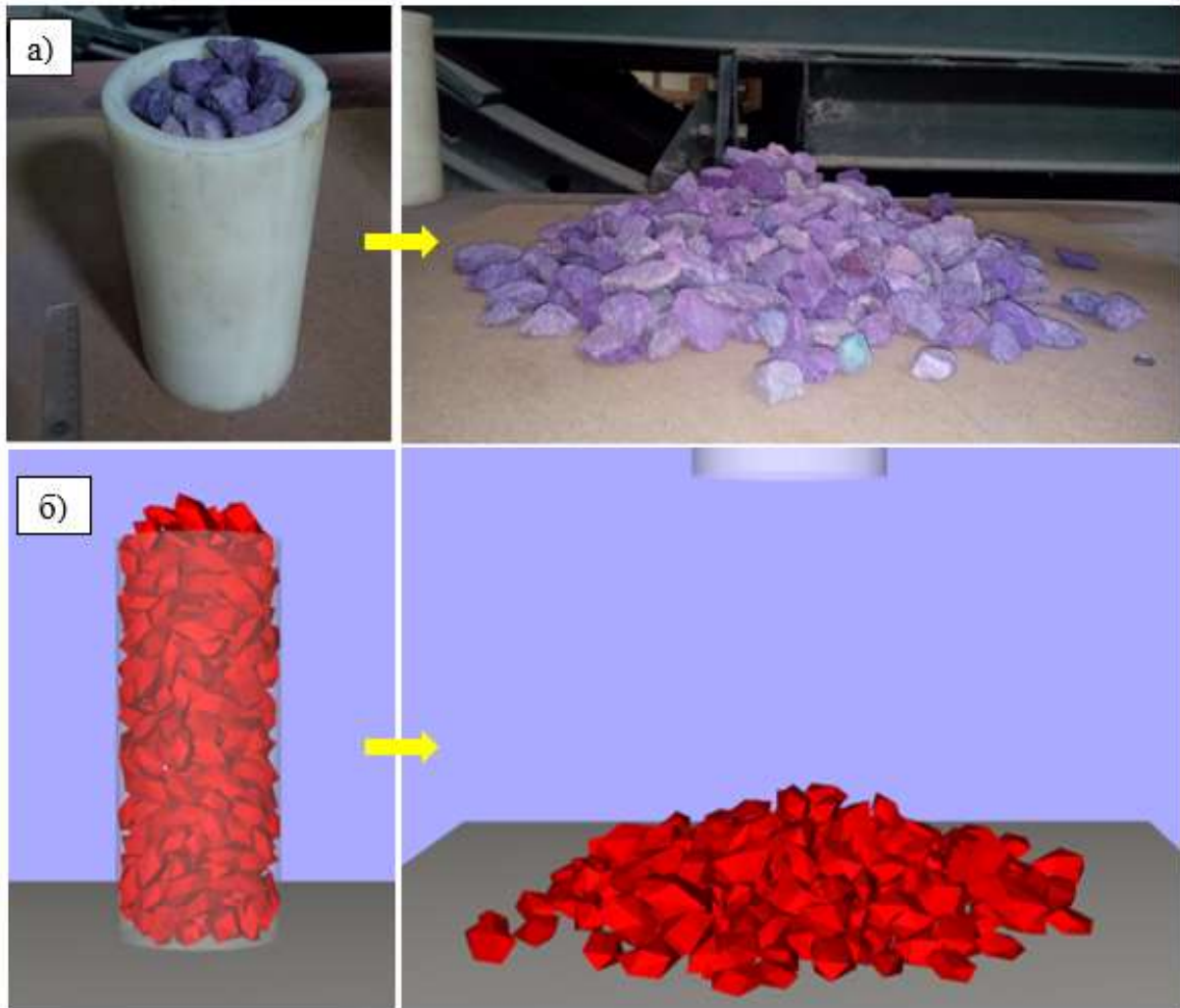
Для численной модели неизвестные характеристики материала подбирались таким образом, чтобы максимально точно повторить сформированные в физическом эксперименте УЕО, а также поведение сыпучей среды в целом (Рисунок 2.2 б-в). В результате выполненной серии численных калибровочных расчётов (Лаптев В.В. Численное моделирование потока раздробленной горной массы в процессе выпуска руды с использованием программы ROCKY DEM. 2019) были подобраны параметры модели, представленные в таблице 2.1, и характеристики материала, представленные в таблице 2.2. Отклонение от средней величины УЕО, полученного в физическом эксперименте, составило менее 1%. На рисунке 2.2-в представлен результат вычисления угла в ПО, где:  $\theta$  – полученная величина УЕО;  $\sigma$  – стандартное отклонение; зелёные ромбы представляют собой среднюю высоту расположения куска для каждого радиального положения (на основе всех круговых секторов); красная линия – линия регрессии, по которой вычисляется  $\theta$ ; правая часть рисунка показывает измерение УЕО по каждому сектору/куску.

Таблица 2.1 – Параметры модели (в терминах ROCKY DEM)

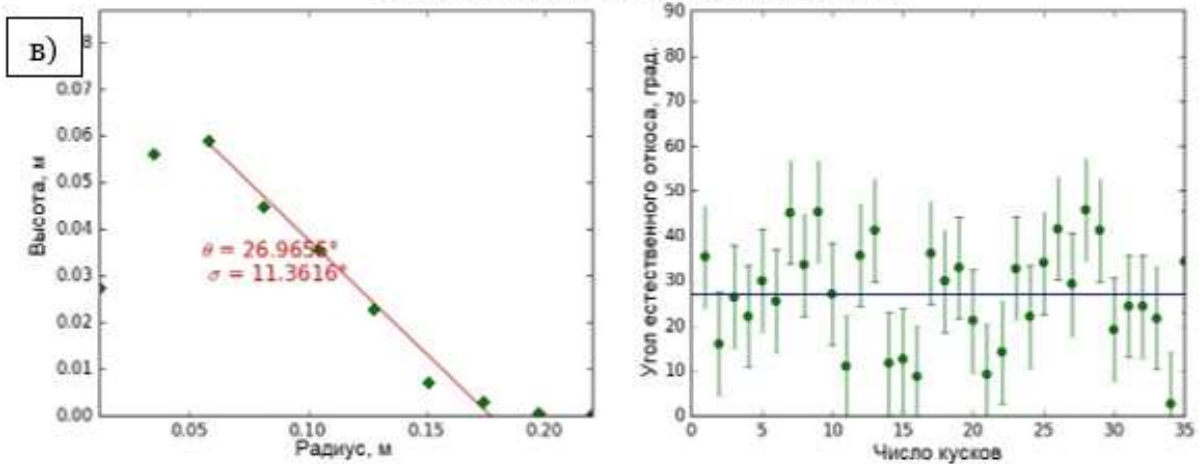
Параметр	Значение
Модель сил сопротивления качению	Type 3
Модель нормальных сил	Hysteretic Linear Spring
Модель сил адгезии	Constant
Модель тангенциальных сил	Linear Spring Coulomb Model

Таблица 2.2 – Подобранные характеристики материала

Параметр	Значение
Сопротивление качению, -	0,05
Коэффициент статического трения, -	0,75
Коэффициент динамического трения, -	0,7
Коэффициент реституции, -	0,15
Расстояние начала действия сил адгезии между частицами, м	0,002
Величина силы адгезии в долях от силы тяжести, -	0,1



Вычисление угла естественного откоса



а – физический эксперимент; б – моделирование в Rosky; в -вычисление угла в Rosky (на графиках:  $\theta$  – УЕО,  $\sigma$  – среднеквадратичное отклонение; Высота, м – высота сформированной горки кусков; Радиус, м – половина ширины горки; Число кусков – номер сектора, в котором измерялось значение УЕО (измерение производится по секторам))

Рисунок 2.2 – Валидация модели сыпучей среды



## 2.3 Поведение сыпучей среды при моделировании донного выпуска

С использованием данных таблиц 2.1 и 2.2 был произведён ряд численных экспериментов для проверки соответствия модели общепринятым положениям теории выпуска, связанным с влиянием на процесс истечения формы кусков, разнородности ГС, геометрических параметров области моделирования.

Одной из задач, решаемых в рамках исследования, являлась оценка влияния тех или иных факторов на механизм взаимодействия кусков с целью упрощения модели и ускорения вычислений.

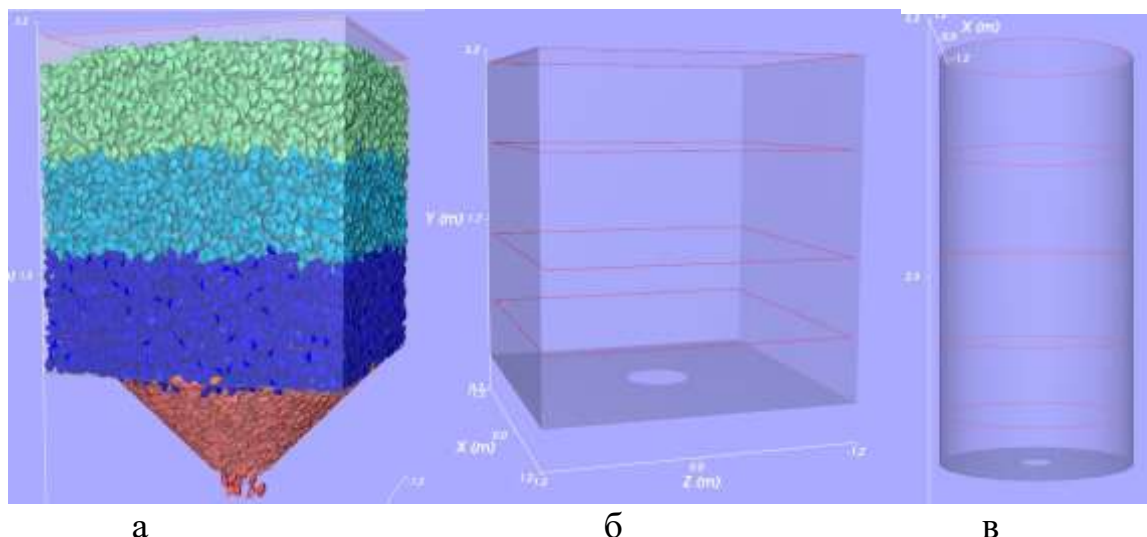
### 2.3.1 Влияние формы и гранулометрического состава материала на результаты моделирования

Для ускорения расчётов численные эксперименты производились на моделях бункеров, представляющих собой простую геометрическую форму (параллелепипед, цилиндр) с отверстием круглой формы в нижней её части (Рисунок 2.3). Размеры модели в плане составляют 2,4 x 2,4 м, высота - 3 м. Диаметр выпускного отверстия 0,5 м. ГС материала однородный с размерами фрагментов 0,09 м. Модель бункера формировалась послойной засыпкой моделями кусков до верхней границы. Слои сыпучего материала одинаковой толщины. Общее число кусков от 30 до 50 тысяч. После заполнения расположенная у отверстия заслонка убиралась, и начиналось свободное истечение материала. В ряде экспериментов бункер сверху постоянно пополнялся новыми порциями кусков.

Анализ численных экспериментов показал, что на результаты существенное влияние оказывают форма кусков, ГС материала, геометрические параметры бункера и состояние материала. Упрощение модели путём использования кусков сферической формы хоть и приводит к многократному ускорению расчётов, но значительно изменяет поведение материала. Куски сферической формы стремятся достигнуть выпускного отверстия по траектории, близкой к прямолинейной. Характер перемещения несферических кусков схож с описанными в теории выпуска (Карамджян А.А., Стажевский С.Б., Хан Г.Н. Моделирование выпуска сыпучих материалов из емкостей. С. 14). Кроме того, в модели со сферическими частицами скорость истечения выше, а частицы из верхних слоёв гораздо раньше достигают выпускного отверстия.

Для сферических частиц в ПО предусмотрено использование коэффициента сопротивления качению, применение которого позволяет добиться от сферических частиц поведения, схожего с несферическими фрагментами сыпучей среды. В данном эксперименте подбор данного коэффициента не проводился.

В ходе эксперимента производилась сравнительная оценка моделей по следующим показателям:



а - параллелепипед с воронкой с углом откоса 45 град (засыпан кусками); б – параллелепипед с плоским дном; в – цилиндр

Рисунок 2.3 – Примеры моделей бункеров

- скорость развития воронки внедрения на установленные моменты времени моделирования – визуально по вертикальным срезам моделей (Рисунок 2.4); и качественно по объёмным показателям (таблица 2.3);
- траектории перемещения фрагментов сыпучего материала (Рисунок 2.5-2.7)

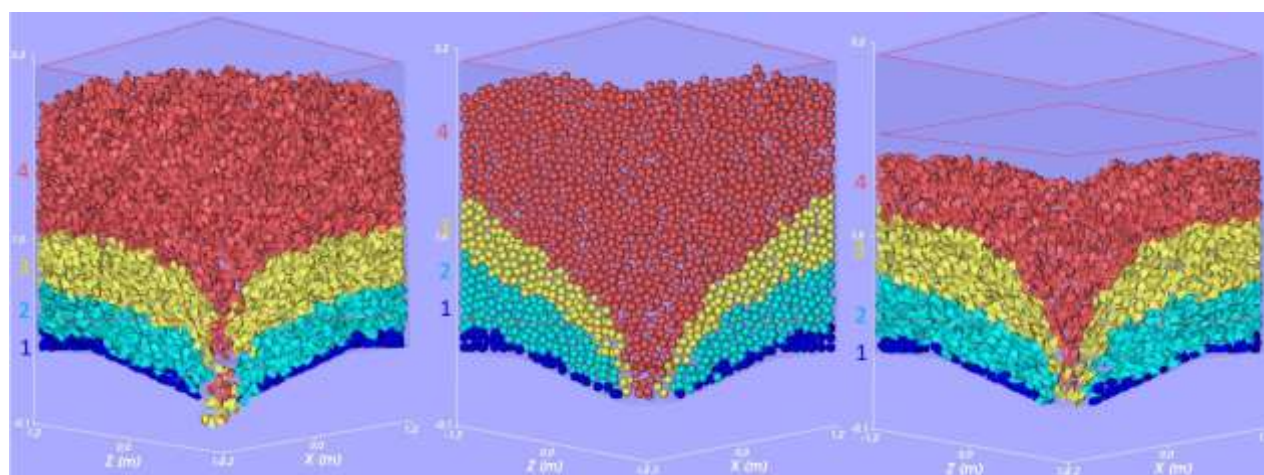
Для примера в таблице 2.3 представлен послойный выход сыпучего материала из бункеров, изображённых на рисунке 2.4 а-б, с указанием общей массы выпущенных кусков и процентного содержания каждого слоя в этой массе.

Из результатов, представленных в таблице 2.3 следует, что скорость внедрения слоёв сыпучего материала при использовании кусков сферической и несферической формы различна, что наиболее значительно проявляется в количестве выпущенных частиц 4 слоя. В моделях других бункеров сохранялась та же тенденция.

На рисунках 2.4а-2.4в представлен вертикальный разрез модели и показано положение воронки внедрения через 60 секунд после начала выпуска в режиме свободного истечения.

На рисунке 2.5 показаны траектории движения сферических и несферических фрагментов в процессе выпуска.

Анализ траекторий движения фрагментов проводился с целью проверки гипотезы, по которой время перемещения фрагмента из начального положения к конечному (выход из выпускного отверстия) зависит от его положения (расстояния и угла) относительно центра выпускного отверстия. Фактически, если говорить об отверстии круглой формы или любой другой (с определённой высоты над ним), такие фрагменты образуют окружность в горизонтальной плоскости с центром над осью выпускного отверстия, представляя срез эллипсоида выпуска.



а

б

в

а – модель с несферическими фрагментами; б – со сферическими; в – модель с несферическими фрагментами без досыпки; 1-4 – номера слоёв

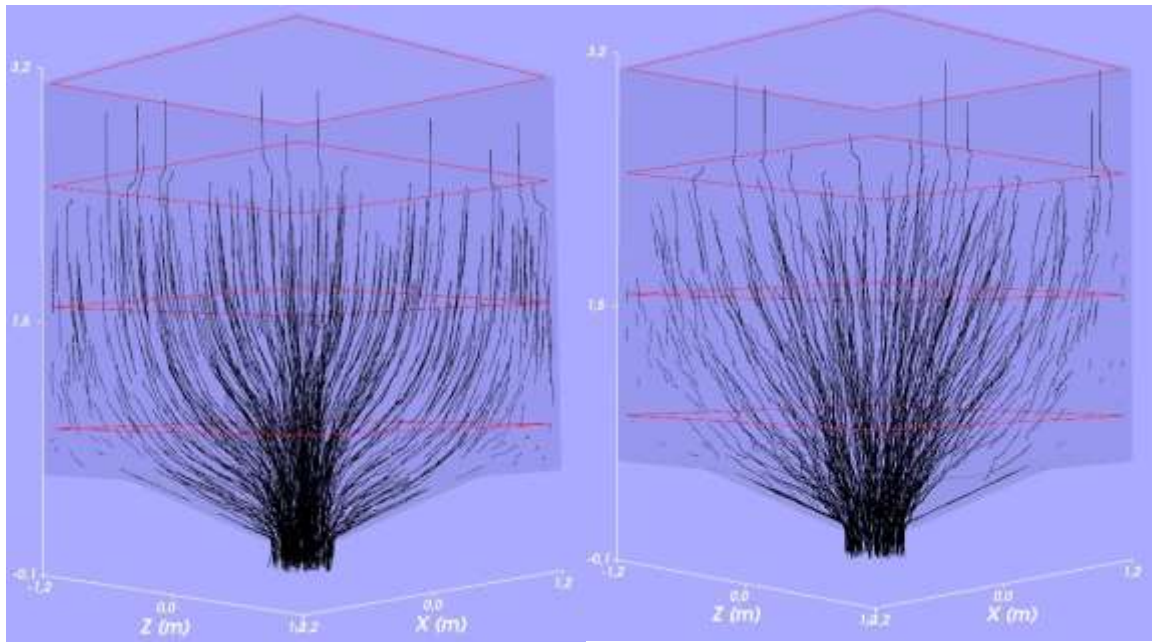
Рисунок – 2.4 – Развитие воронки внедрения в модели через 60 секунд после начала выпуска

Таблица 2.3 – Послойный выпуск материала из бункеров

Время, с	Выход сыпучего материала из выпускного отверстия									
	сферические куски					несферические куски				
	общий, кг	1 слой, %	2 слой, %	3 слой, %	4 слой, %	общий, кг	1 слой, %	2 слой, %	3 слой, %	4 слой, %
12	2323,2	32,5	60,1	7,4	0,0	1857,1	45,4	54,6	0,0	0,0
22	4738,0	23,8	53,2	23,0	0,0	3700,4	38,0	57,6	4,4	0,0
32	7235,9	20,4	48,6	29,9	1,1	5319,7	33,7	57,9	8,5	0,0
42	9698,3	18,2	44,6	32,4	4,9	7176,7	29,5	55,7	14,8	0,0
52	12113,1	16,5	41,5	32,7	9,4	8963,1	26,7	54,2	19,2	0,0
62	14644,0	14,9	38,5	32,0	14,6	10918,4	23,9	50,8	24,5	0,7
72	17104,0	13,5	36,0	31,3	19,2	12654,6	21,8	49,0	26,8	2,4
80	18944,7	12,6	34,3	30,4	22,7	14102,9	20,2	47,5	27,8	4,5

Отслеживание их траекторий дало следующие результаты: фрагменты двигались симметрично относительно оси выпускного отверстия, однако, скорости перемещения отдельных кусков значительно отличались от остальных. Вероятно, это связано с несферичностью формы кусков, которая влияет на характер истечения. Траектории движения фрагментов и их исходные положения показаны на рисунке 2.6 (отображение не анализируемых фрагментов отключено).

Анализ траекторий движения фрагментов показал на отличие результатов численных экспериментов от используемых в теории выпуска. Принято считать, что в случае донного выпуска фрагмент сыпучего материала, попадающий в зону влияния только одного выпускного отверстия, движется к нему по параболической траектории (Куликов В.В. Выпуск руды. С. 9 ; Леонтьев А.А., Бусырев В.М., Демидов Ю.В. // Отчёт о научно-исследовательской работе. С. 14).



а

б

а) несферические, б) сферические

Рисунок 2.5 – Траектории перемещения фрагментов сыпучей среды при выпуске

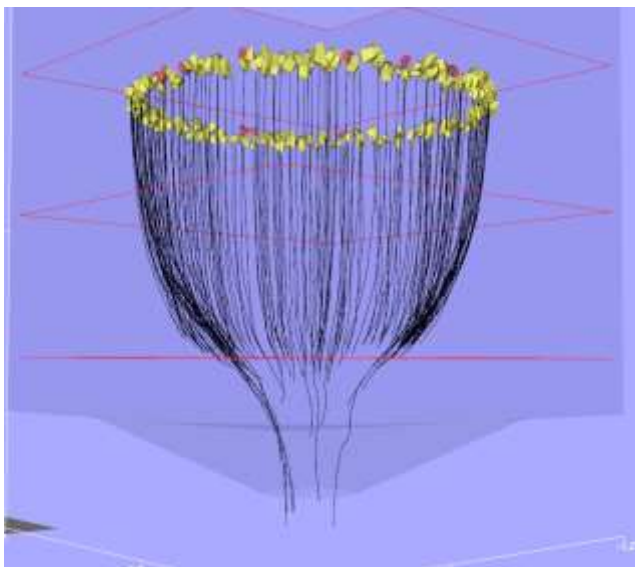


Рисунок 2.6 – Траектории (чёрные линии) перемещения фрагментов при выпуске

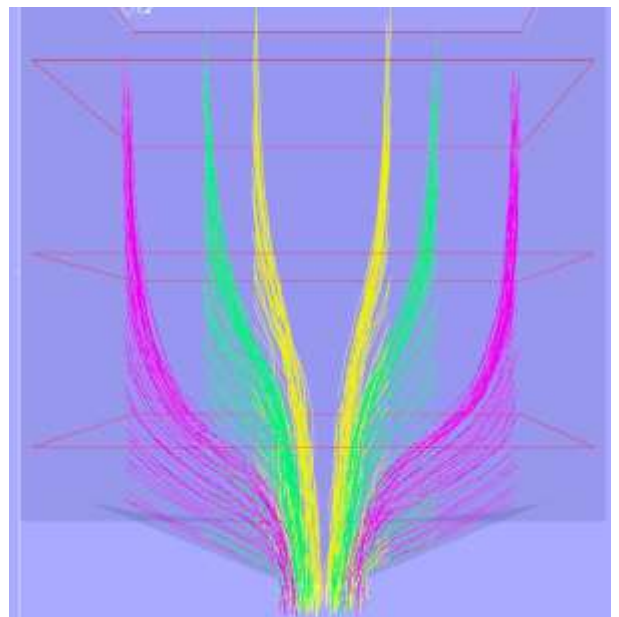


Рисунок 2.7 – Траектории перемещения фрагментов при выпуске в зависимости от расстояния до оси выпускного отверстия: жёлтый - 0,35м, зелёный – 0,6м, красный – 1,0м.

Анализ результатов численных экспериментов показал, что траектория движения фрагментов к выпускному отверстию по форме больше похожа на график кубической функции, чем

квадратичной. По параболической траектории фрагменты стремятся к центральной зоне, где поток обладает наибольшей скоростью движения. Приблизившись к ней на некоторое расстояние, фрагмент плавно меняет направление перемещения и опускается к выпускному отверстию по траектории, близкой к прямолинейной.

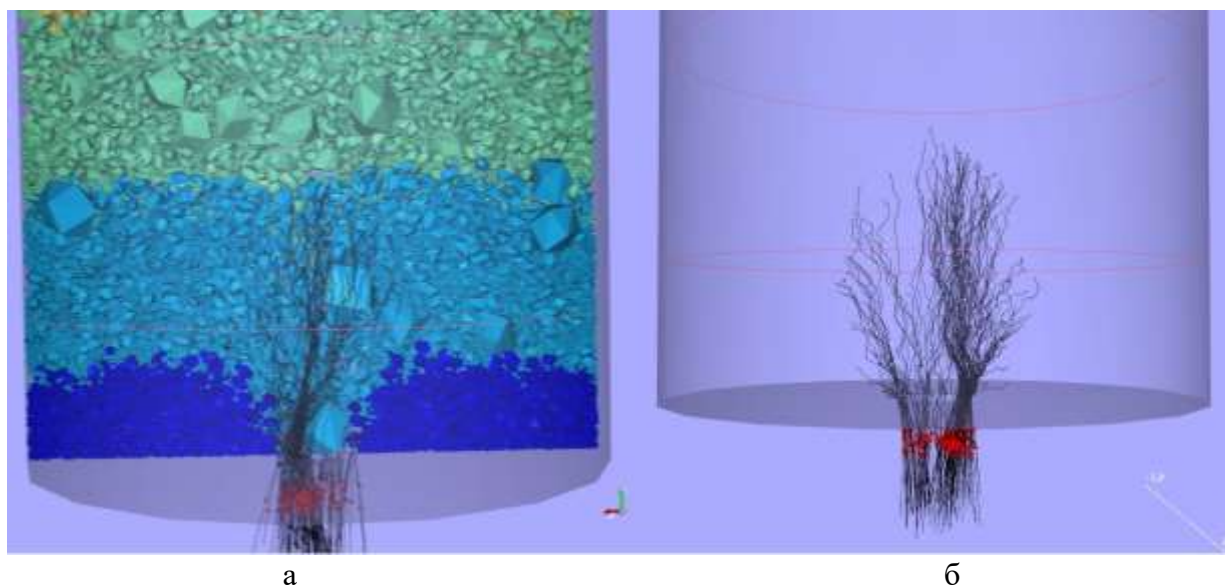
На рисунке 2.7 показан вертикальный разрез с траекториями движения фрагментов, расположенных на расстоянии 0,35, 0,6 и 1 м (жёлтые, зелёные и розовые линии соответственно) от оси выпускного отверстия (отображение сыпучего материала отключено). На рисунках 2.5а, 2.6 и 2.7 видно, что если рассматривать траекторию движения каждого отдельного фрагмента, то её форма может быть описана квадратичным уравнением только до момента приближения к центральной зоне потока. Если же описывать всю кривую, то необходимо воспользоваться кубическим полиномом. Причём, кривизна траектории зависит от первоначального положения куска, в особенности, от расстояния до оси выпускного отверстия, что при математическом описании отражается в коэффициентах кубического полинома. По графикам траекторий движения отдельных частиц средствами Microsoft Excel были построены линии тренда, описываемые квадратичными и кубическими функциями. Коэффициенты достоверности  $R^2$  для указанных полиномов составили 0,867-0,895 и 0,975-0,986, соответственно, что подтверждает проведённое наблюдение.

Таким образом, результаты моделирования дают основание для изменения представления о траектории движения кусков.

### **2.3.2 Влияние неоднородности и гранулометрического состава материала на результаты моделирования**

Для оценки поведения сыпучего материала неоднородного ГС был смоделирован его выпуск из цилиндрического бункера диаметром 2,4 м через круглое выпускное отверстие размером 0,5 м. Фрагментам сыпучего материала задавался неоднородный ГС с размером фрагментов от 0,02 до 0,45 м. На рисунке 2.8а представлена модель, в которой отображается центральный вертикальный слой руды толщиной 0,5 м и траектории некоторых фрагментов сыпучей среды. На рисунке 2.8б - представлены только траектории движения.

Схема данного эксперимента была аналогична схеме предыдущего, однако значительное различие в размерах фрагментов сыпучего материала вносило свои коррективы: мелкие фрагменты стремились заполнять пространство между крупными, опережая их. Крупные, наоборот, даже попав в центральную область потока, не ускорялись, вынуждая более мелкие куски обтекать себя и менять геометрию зоны потока. Это приводит к неравномерности и несимметричности распределения линий траекторий перемещения фрагментов сыпучего материала на рис. 2.8. Траектории были сформированы для фрагментов, вышедших из выпускного отверстия в короткий промежуток времени, а значит точки начала траекторий описывают фигуру выпуска.



а – срез модели с отображением траекторий движения кусков; б – траектории кусков

Рисунок 2.8 – Моделирование выпуска разнородного ГС

Такие явления согласуются с результатами, полученными другими авторами (Pakalnis R.T., Hughes P.B. Sublevel stoping - SME mining engineering handbook. С. 19), что также может подтверждать адекватность используемой модели.

По результатам моделирования был сделан вывод об адекватности численной модели и возможности её использования для изучения процесса выпуска раздробленной горной массы в условиях различных геометрических ограничений. Показано, что на результаты выпуска существенное влияние оказывают геометрические параметры конструктивных элементов очистного пространства, форма, ГС ГМ и её физико-механические характеристики.

Анализ перемещения кусков показал, что траектория их движения к выпускному отверстию с более высоким коэффициентом достоверности описывается кубической функцией, чем параболической. По параболической траектории куски достигают центральной зоны потока, а не выпускного отверстия. Данное положение требует дополнительных исследований.

## 2.4 Определение оптимальных параметров численной модели

Результаты, представленные в разделе 2.3 показали, что численное моделирование, основанное на МДЭ, может быть применимо для исследования процесса выпуска ГМ. Однако сам расчёт занимал достаточно продолжительное время: от недели до месяца (в случае с неоднородным ГС) на персональном компьютере. Реальные технологические ситуации, которые приведены в следующих главах существенно сложнее тестовых моделей, что в качестве одной из задач определило сокращение времени расчёта.

### 2.4.1 Оптимизация продолжительности численного моделирования

Согласно практическому опыту моделирования, а также технической документации ПО на скорость расчётов влияют следующие факторы:

- геометрические размеры модели и количество фрагментов сыпучего материала;
- форма и относительные размеры фрагментов сыпучего материала;
- физико-механические свойства моделируемого материала;
- применяемые модели расчёта; свойства моделируемого материала;
- величина шага расчёта и другие пользовательские параметры расчёта;
- время моделирования;
- вычислительные мощности применяемого оборудования.

В связи с особенностями МДЭ расчёт производится итеративно для каждого отдельного элемента модели с учётом его геометрии: определяются все действующие на него силы, вычисляется результирующая этих сил, рассчитывается его состояние на следующий временной шаг, который станет отправной точкой для следующей итерации расчёта. Таким образом, количество частиц сыпучего материала напрямую влияет на количество вычислений на каждой итерации, что в результате сказывается на общем времени расчёта модели.

Геометрические размеры зоны моделирования, от которых зависит количество вовлечённых в расчёты элементов, может быть ограничена предполагаемыми зонами влияния выпускных отверстий.

Прямое уменьшение геометрических размеров модели её масштабированием с сохранением геометрического подобия, как показали тестовые эксперименты, приводит к более длительным и менее точным расчётам из-за особенностей их ведения. Кроме того, такой подход не уменьшает количество фрагментов моделируемого сыпучего материала.

Увеличение размеров фрагментов моделируемого материала и переход от разнородного ГС, который выпускается в реальных условиях, к относительно однородному – наиболее часто применяемому при физическом моделировании, требуют ряда уточнений. С одной стороны, переход от разнородного к однородному ГС позволяет сократить время расчёта модели от 10 раз и более. Особенности расчёта модели в МДЭ таковы, что чем меньше в ней различных по размеру и форме фрагментов сыпучей среды, тем быстрее осуществляется расчёт. При этом использование фрагментов шарообразной формы одинакового размера в модели является оптимальной с точки зрения времени расчёта. Но, как было показано ранее, значительное отличие поведения фрагментов шарообразной формы от приближенных к реальной, не позволяет говорить о точности модели. С другой стороны, разнородный ГС ведёт себя при истечении иначе, чем однородный. В практике численного моделирования принято использовать усреднённый размер куска

рудной массы, который может быть определён средневзвешенно, однако эквивалентные размеры такого куска требуется установить экспериментально. К тому же изменение размера куска напрямую ведёт к изменению ширины зоны потока и области влияния выпускного отверстия, как было показано ранее. Однако, незначительное увеличение среднего куска руды в численной модели может в определённых пределах сохранить точность вычислений и при этом значительно уменьшить количество загружаемых в модель фрагментов сыпучего материала и ускорить время её расчёта.

Физико-механические свойства материала, значительно не влияют на время проведения расчётов. Исключением в данном случае является значение модуля Юнга для моделируемого материала. Согласно технической документации к применяемому ПО, уменьшение модуля Юнга у моделируемого материала на один-два порядка может позволить значительно уменьшить время расчёта модели без потери её точности.

Физические модели расчёта в применяемом ПО позволяют выбирать различные варианты для вычислений тех или иных видов материалов в различных условиях. Некоторые из физических моделей расчёта позволяют вести вычисления менее точно, но более производительно. В ПО реализованы модели, которые рекомендуются для моделирования поведения кусков ГП. Сравнительные эксперименты не выявили ускорения расчёта при использовании менее точных моделей расчёта по сравнению с рекомендованными (описаны в разделе 2.1).

Шаг расчёта или временной шаг – показывает приращение времени моделирования на каждой итерации. Увеличение шага расчёта может приводить к сокращению времени расчёта, однако в ряде случаев (большое количество моделируемых фрагментов сыпучего материала, моделирование механизма разрушения, вибраций и др.) чрезмерное увеличение шага может сказаться на точности модели. Численные эксперименты показали, что для моделей, в которых было важно точно отслеживать траектории перемещения фрагментов сыпучей среды и моменты перехода их из одной геометрической области в другую (п. 2.4.2) увеличение шага расчёта приводило к неточной детализации исследуемых данных, однако позволяло представить общие закономерности перемещения кусков. Более крупные модели, в которых важно понимание общего механизма перемещения без детализации процесса перемещения за периоды времени до десятых долей секунды (полномасштабные эксперименты, описанные в главе 3), позволяли с сохранением общей точности модели увеличивать шаг расчёта до 1 с. Большой шаг расчёта затруднял как сам процесс моделирования, так и анализ рассчитанной модели. В результате подбора были установлены следующие показатели шага: 0,1 секунды для мелких моделей, в которых подробно исследуются перемещения кусков моделируемого сыпучего материала; и 1 секунда для полномасштабных моделей выемочных единиц.



Прочие настройки программы, если не требуется моделирование разрушения материала или исследование напряжённых состояний в модели, позволяют лишь незначительно сократить время моделирования. При этом, сохранение корректности модели при упрощённой схеме расчёта требуется подтвердить экспериментально.

Время моделирования, отнесённое к шагу по времени, представляет собой количество итераций расчёта, которые необходимо произвести для достижения результата. Следовательно, уменьшение времени моделирования может сократить длительность расчёта. Однако процесс выпуска руды под обрушенными породами для горнотехнических условий горнодобывающего предприятия не является скоротечным. Даже при торцевом выпуске руды в системе разработки с поэтажным обрушением выпуск руды из одной секции отбойки будет составлять от нескольких часов (1 смена) до нескольких суток. Минимальные интервалы между черпаниями ковша ПДМ в одном очистном забое в описанных условиях составляют несколько минут. Для исследования выпуска руды из нескольких очистных забоев потребуется многократное увеличение как времени расчёта, так и геометрической области моделирования. Расчёт численной модели в таких временных и геометрических масштабах при текущей реализации работы ПО не представляется возможным. Поэтому первоначально необходимо сократить время моделирования.

Существуют два способа сокращения общего времени моделирования, которые и были реализованы при моделировании процесса выпуска для реальных горнотехнических условий:

1) Сокращение интервалов между зачерпываниями ковшем ПДМ сыпучего материала из забоя, при сохранении промежутка времени для установления равновесного состояния сыпучего материала в модели.

2) Распараллеливание вычислений, что реализовано в ПО. Однако разработчики ПО отмечают, что применение мощных вычислительных ресурсов для моделирования малого количества частиц нецелесообразно, т.к. ПО будет тратить большую часть времени на распараллеливание расчётных процессов, чем на непосредственный их расчёт. В случае с моделированием выпуска руды в условиях систем разработки с обрушением в модель закладываются от сотен тысяч до десятков миллионов фрагментов сыпучего материала, что требует максимально возможных вычислительных мощностей, включая возможность распараллеливания.

#### **2.4.2 Подбор оптимального гранулометрического состава**

Как было показано выше, переход от моделирования разнородного ГС сыпучего материала к однородному, а также увеличение среднего размера фрагмента сыпучего материала в модели позволяет многократно ускорить её расчёт, однако неминуемо приводит к изменению сыпучих свойств моделируемого материала и как следствие к некорректности модели в отношении её физического подобия реальному процессу.

Чтобы установить возможность применения однородного ГС взамен разнородного и подобрать средний размер фрагмента, оптимальный с точки зрения корректности модели и времени её расчёта, был проведён ряд экспериментов.

Совокупность формы, размеров и ГС фрагментов сыпучего материала, их влажности, физико-механических свойств и характеристик формирует показатель сыпучести, который показывает его способность истекать из отверстия какой-либо ёмкости. Применительно к выпуску раздробленной ГМ из очистных блоков показатель сыпучести материала влияет на форму и размеры фигуры выпуска. Фактически она образуется совокупностью перемещений кусков горной массы под действием гравитации и при взаимодействии с другими кусками. Показатели извлечения – соотношения выпущенной и оставленной в массиве руды, и выпущенной породы, по которым обычно заверяют модели, в данном представлении применять не совсем корректно, т.к. при одних и тех же показателях извлечения истечение могло происходить из различных по форме и пространственному положению объёмов. Поэтому сравнение различных вариантов ГС сыпучей руды предлагается выполнять по показателю сыпучести, который характеризуется углами, под которыми фрагменты сыпучего материала перемещаются внутри моделируемого пространства и объёмами перемещающегося материала из одной области модели в другую.

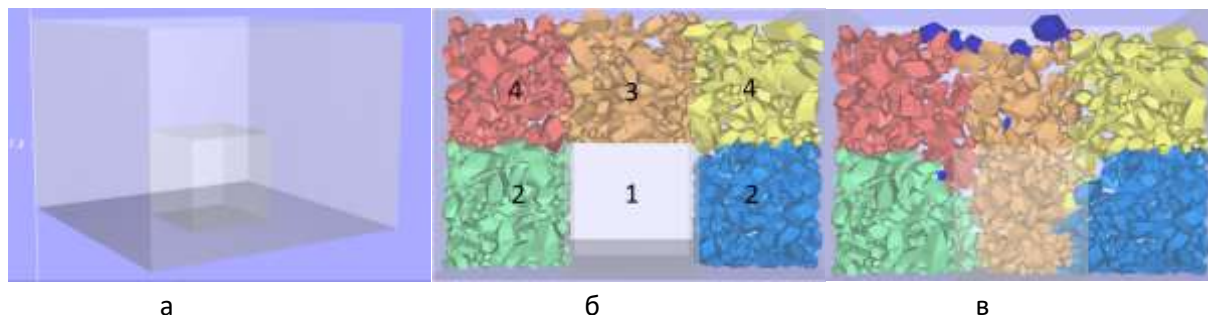
Для сохранения физического подобия модели при изменении размеров фрагментов сыпучего материала и его ГС необходимо, чтобы материал в массиве при извлечении его части сохранял формируемые фигуры выпуска, которые упрощённо можно оценивать по углам перемещения фрагментов относительно горизонтальной плоскости на различных участках траектории перемещения.

Перемещение кусков раздробленной горной массы внутри массива связано с появлением в нём пустот, вызванных извлечением материала из выпускной выработки. При выемке единицы объёма материала из выпускного отверстия налегающие куски обрушаются в образовавшуюся пустоту, освобождая пространство для движения последующих кусков.

Описанная механика перемещения сыпучего материала при выпуске была положена в основу численной модели, использованной для сравнения влияния на показатели выпуска различных вариантов ГС материала. Модель представляла собой область размерами в плане 5,4х5,4 м и высотой 4 м, разделённой на 18 подобластей одинакового размера и формы. Центральная нижняя подобласть пустая – в дальнейшем она будет называться приёмной ёмкостью. Границы области

непроницаемы, внутренние границы подобластей проницаемы для сыпучего материала (Рисунок 2.9 а). Приёмная ёмкость на начала каждого эксперимента отделена от остального пространства перемычками и не заполнена материалом.

Эксперимент заключался в следующем.



а – внешний вид модели без сыпучего материала, в центре – приёмная ёмкость; б – разрез по модели, заполненной материалом с неоднородным ГС, до обрушения (1-приёмная ёмкость; 2 – боковые подобласти; 3 – вышележащая подобласть; 4 - угловые подобласти); в – разрез по модели после обрушения материала в приёмную ёмкость (её границы отображаются для наглядности; раскраска фрагментов по начальному положению)

Рисунок 2.9 – Модель №1 для исследования поведения материалов различной крупности

- 1) Модель заполняется сыпучим материалом, который для каждой подобласти окрашен в свой цвет (Рисунок 2.9 б).
- 2) К модели подключается вибрирующее движение для уменьшения коэффициента разрыхления сыпучего материала.
- 3) После небольшого периода покоя, который необходим для установления состояния равновесия, перегородки, отделяющие приёмную ёмкость от остального пространства модели, мгновенно снимаются и в образовавшуюся внутри модели пустоту обрушается окружающий её сыпучий материал (Рисунок 2.9 в).

Характеристики моделируемого материала соответствовали подобранным ранее характеристикам апатит-нефелиновой руды. Был смоделирован материал с разнородным ГС с размерами куска от 0,15 до 0,8 м (по ГС приближен к выпускаемой горной массе на Кировском руднике КФ «АО Апатит» (Мустафин В.И. Обоснование параметров этажного торцевого выпуска при двухъярусном расположении буродоставочных выработок. 2015), за вычетом крупных и очень мелких включений), а также 3 варианта однородного ГС с размером куска 0,2, 0,3 и 0,4 м.

Эксперименты проводились с целью определения размера фрагментов сыпучего материала однородного ГС, в наибольшей степени соответствующих характеристикам сыпучего материала с разнородным ГС. В качестве критериев оценки принимались объёмы перемещения материала через границы подобластей 2, 3, 4 с приёмной ёмкостью 1 (Рисунок 2.9 б) и средний угол

наклона траектории движения перемещающихся в приёмную область фрагментов сыпучего материала.

Результаты исследований представлены в таблице 2.4

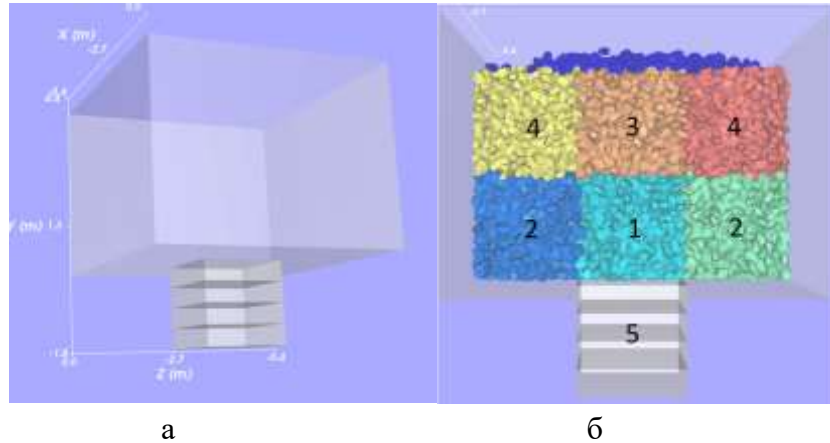
Таблица 2.4 – Исследование перемещения материала в модели №1

Крупность материала, м	V материала в приёмной ёмкости после обрушения, куб.м	Средний V материала в подобластях до обрушения, куб.м	Количество материала, перешедшего в приёмную ёмкость из подобластей											
			вышележащая		боковые					угловые				
			объём, % от общего	средний угол перехода, град.	объём №1, % от общего	объём №2, % от общего	объём №3, % от общего	объём №4, % от общего	средний угол перехода, град.	объём №2, % от общего	объём №4, % от общего	объём №6, % от общего	объём №8, % от общего	средний угол перемещения, град.
0.20	2.93	3.43	63.30	88.00	9.10	8.10	9.50	8.50	49.80	2.40	3.80	2.90	3.80	64.60
0.30	2.62	3.41	56.20	87.00	9.00	9.80	7.00	7.00	47.70	3.50	3.90	1.60	2.00	62.50
0.40	2.55	3.39	66.70	85.00	4.80	6.70	11.40	0.00	36.50	2.90	3.80	3.80	0.00	45.45
разнородный ГС	2.94	3.56	62.50	87.00	9.20	8.30	0.00	8.50	50.40	8.50	4.20	3.90	3.90	64.25

Из таблицы видно, что наиболее близким к разнородному ГС является однородный материал со средней крупностью фрагмента 0,2 м.

Поскольку при реальном выпуске на границах подготовленной к выпуску ГМ не возникают пустоты, подобных приёмной ёмкости в модели №1, в модели №2 была воспроизведена схема близкая к ситуации донного выпуска. Модель №2 представлена областью той же геометрии и размеров, что и модель №1, но при этом приёмная ёмкость заполняется сыпучим материалом одновременно с остальными подобластями (Рисунок 2.9), а под ней располагается нижняя приёмная область, разделённая горизонтальными перемычками на 4 равные части (Рисунок 2.10).

Модель №2 также как и модель №1 заполнялась в экспериментах материалом четырёх видов ГС, который уплотнялся за счёт вибрации. Фрагменты материала в исходном положении располагались в 18 подобластях 4 типов (Рисунок 2.10). После достижения состояния покоя из модели через нижнюю грань приёмной ёмкости равные промежутки времени (шаги стабилизации) появлялось свободное пространство, имитирующее возникающую при выпуске пустоту. В неё устремлялись куски моделируемого материала.



(а) и разрез по центру модели (б) после заполнения её материалом однородного ГС размером 0.3м (1-4 аналогично рисунку 2.9, 5 – нижняя приёмная ёмкость)

Рисунок 2.10 – Вид модели до заполнения

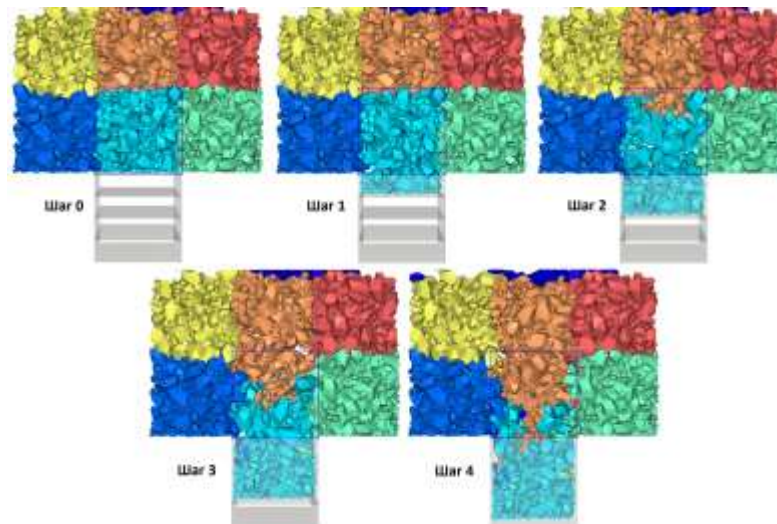


Рисунок 2.11 – Местоположение моделируемых кусков неоднородного ГС на вертикальном разрезе модели для 5 шагов

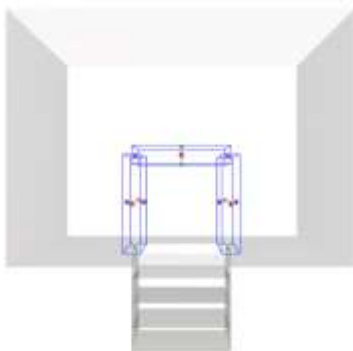


Рисунок 2.12 – Области, внутри которых рассматривалось перемещение материала

На каждом шаге стабилизации оценивались углы траектории перемещения кусков через грани приёмной ёмкости, а также объём перемещённого через каждую грань материала (Рисунок 2.12).

В таблице 2.5 представлены данные по перемещению фрагментов сыпучего материала через грани приёмной ёмкости. В таблице 2.6 представлены результаты анализа траекторий перемещения кусков между подобластями.

Таблица 2.5 – Относительное количество материала (указан процент от общего количества), перешедшего в приёмную ёмкость и углы наклона траектории перемещения кусков через её грани

Крупность материала, м	Доля материала (от первоначального количества), переместившегося в приёмную ёмкость, %					Средние углы траекторий перемещения моделируемых кусков, град.		
	шаг 1	шаг 2	шаг 3	шаг 4	среднее	налегающий	боковые	верхние
0.20	13.00	25.00	27.40	34.60	25.00	76.00	59.43	65.60
0.30	12.50	18.10	33.00	36.40	25.00	66.80	59.91	60.87
0.40	9.30	6.50	41.90	42.20	24.98	66.10	57.00	н/у
разнородный ГС	8.30	18.60	26.50	46.60	25.00	н/у	62.70	62.18

Таблица 2.6 – Величины смещений и коэффициент смещения для анализа по целым боковым граням

Крупность	Грань	Среднее перемещение куска, м					Отношение смещений боковая грань/верхняя грань				
		Шаг 1	Шаг 2	Шаг 3	Шаг 4	Среднее	Шаг 1	Шаг 2	Шаг 3	Шаг 4	среднее
0.200	верхняя	0.060	0.166	0.238	0.314	0.194	0.719	0.607	0.565	0.583	0.618
	боковая	0.043	0.100	0.135	0.183	0.115					
0.300	верхняя	0.060	0.140	0.280	0.313	0.198	0.715	0.402	0.456	0.371	0.486
	боковая	0.043	0.056	0.128	0.116	0.086					
0.400	верхняя	0.016	0.028	0.306	0.325	0.169	1.278	1.420	0.504	0.336	0.884
	боковая	0.021	0.039	0.154	0.109	0.081					
разнородный	верхняя	0.028	0.161	0.297	0.493	0.244	1.188	0.531	0.324	0.335	0.595
	боковая	0.033	0.085	0.096	0.165	0.095					

Конечное положение материала на разрезе модели для всех вариантов ГС представлено на рисунке 2.13.

По результатам проведённого эксперимента были подсчитаны средние величины относительных отклонений показателей однородного материала в абсолютном выражении. Результаты сравнения представлены в таблице 2.7.

Таким образом, по результатам представленных таблиц и рисунков качественная и количественная оценка поведения различных вариантов ГС ава сыпучего материала при перемещении его фрагментов под действием сил гравитации в условиях, схожих с выпуском рудной массы из очистных блоков, показала, что наиболее приближённым по поведению к разнородному ГС является сыпучий материал со средним размером фрагмента 0,3 м

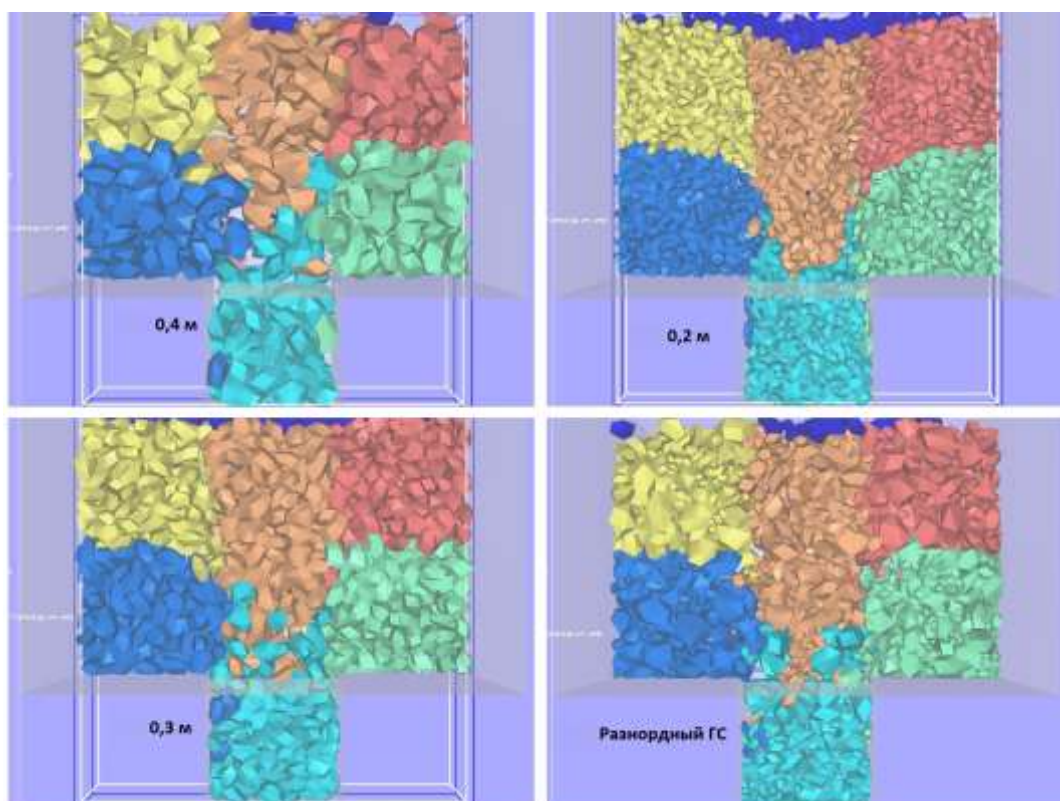


Рисунок 2.13 – Вертикальный разрез моделей, заполненных различными вариантами ГС на конец моделирования (раскраска кусков по начальной принадлежности к различным подобластям в модели)

Таблица 2.7 – Сравнение относительных отклонений показателей

Крупность материала, м	Усреднённые относительные отклонения значений в абсолютном выражении								
	модель №1			модель №2					среднее по моделям
	углы смещения	объёмы	среднее по модели №1	углы смещения	объёмы	величины смещений	отношения смещений	среднее по модели №2	
0.30	0.17%	13.96%	7.07%	3.79%	17.17%	20.09%	30.81%	17.96%	12.52%
0.30	2.69%	23.19%	12.94%	0.31%	12.64%	7.35%	3.16%	5.86%	9.40%
0.40	19.71%	42.29%	31.00%	6.13%	1.08%	27.56%	57.71%	23.12%	27.06%

### 2.4.3 Исследование дополнительных возможностей ускорения расчётов

Как было отмечено выше, некоторыми возможностями для ускорения расчёта численной модели, реализуемой ПО Rocky, при сохранении её адекватности являются:

- уменьшение величины модуля Юнга в исследуемом материале в 10-100 раз;
- применение коэффициента численного сглаживания в расчётах;
- увеличение шага расчёта и оптимизация параметров модели.

Для того, чтобы проверить данные возможности при сохранении корректности модели был произведён ряд численных экспериментов, основанных на модели №2, описанной в предыдущем разделе. Численные эксперименты проводились для разнородного ГС, где исследовалось влияние следующих параметров расчёта:

- 1) Модуль Юнга у материала был снижен с 5,6 до 0,056 ГПа
- 2) Применён коэффициент численного сглаживания 0,3. Данное значение является минимально допустимым для сохранения адекватности модели согласно документации к ПО.
- 3) Шаг расчёта был увеличен до 1 с, значения величины «Loading N-Steps» (в терминах Rocky), использующейся в расчёте временного шага – по рекомендации производителя ПО было снижено с рекомендованного значения 15 до минимально допустимого 12 (при возможности настройки величины в диапазоне от 10 до 30).

В дальнейшем модель с изменёнными параметрами будем называть «упрощённой моделью».

В результате время расчёта упрощённой модели составило 2 ч 54 мин. У исходной модели время расчёта составляло 18 ч 56 мин в аналогичных условиях. Таким образом, удалось добиться ускорения расчётов более чем в 6 раз.

Проверка соответствия упрощённой модели исходной осуществлялась по оценке углов наклона траектории и объёмов перемещения материала из подобластей в приёмную ёмкость, а также учитывался коэффициент разрыхления в ней. Результаты сравнения представлены в таблице 2.8. По результатам сравнения было установлено, что упрощённая модель соответствует исходной.

Таблица 2.8 – Сравнение показателей упрощённой и исходной модели

Показатель	Исходная модель	Упрощённая модель	Относительное отклонение
Средний угол перемещения материала, град	62,400	62,300	0,160%
Объём материала, перешедшего в центральный куб, м <sup>3</sup>	2,086	2,006	3,840%
Коэффициент разрыхления до обрушения	1,570	1,540	1,910%
Коэффициент разрыхления на шаге стабилизации 1	1,820	1,830	0,550%
Коэффициент разрыхления на шаге стабилизации 2	2,000	2,090	4,500%
Коэффициент разрыхления на шаге стабилизации 3	2,130	2,060	3,290%
Коэффициент разрыхления на шаге стабилизации 4	2,050	2,080	1,460%
	среднее отклонение значений		2,240%



Таким образом, можно сделать вывод о возможности применения упрощенной модели в дальнейших исследованиях, связанных с моделированием технологических схем выпуска руды.

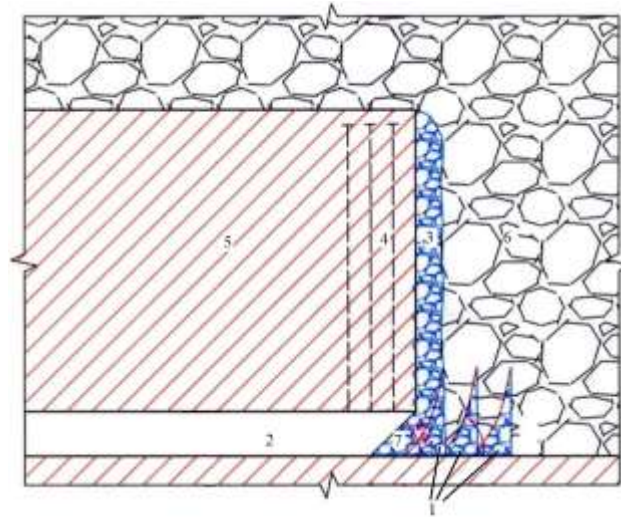
## **2.5 Апробация подобранных параметров численной модели в технологических схемах, близких к реальным**

### **2.5.1 Апробация подобранных параметров численной модели**

Для проверки поведения выбранного материала были проведены тестовые эксперименты на моделях выемочных единиц, близких к реальным технологическим схемам торцевого выпуска. Замена разнородного ГС однородный хоть и привела к многократному ускорению расчётов, однако оказалась недостаточной. Расчёт выпуска одной секции отбойки (веера) осуществлялся непрерывно около 10 дней, что является неприемлемым при необходимости производить сравнительные эксперименты на нескольких моделях, в каждой из которых требуется смоделировать выпуск 10-20 секций отбойки.

Кроме того, при моделировании выпуска с однородным ГС было выявлено неадекватное движение материала по подошве модели выпускной выработки. В процессе выпуска руды на почве выпускной выработки остаются гребни потерь отбитой руды (Рисунок 2.14 (Башков В.И. Обоснование параметров систем разработки слепых рудных тел на удароопасных железорудных месторождениях Горной Шории. 2018 – с изменениями)), формируемые вследствие того, что глубина внедрения ковша всегда меньше толщины отбиваемого слоя (Ефимов А.Р. Обоснование параметров торцевого выпуска руды с использованием поршневых железобетонных питателей при отработке наклонных рудных залежей. 2013). В модели потери на подошве выработки практически не оставались, т.к. сыпучий материал, находящийся в так называемой «мёртвой зоне», медленно перемещался к модели ковша ПДМ. Причём некорректное движение фрагментов сыпучего материала, моделирующего ГМ, по подошве выработки наблюдалось только для однородного по ГС материала. Модель ГМ с неоднородным ГС показала более близкие к практике результаты.

Для сокращения времени моделирования были проведены численные эксперименты по подбору коэффициенты сопротивления качению на кусках сферической формы, а также подобраны коэффициенты статического и динамического трения как между фрагментами, моделирующими руду и породу, так и между фрагментами сыпучего материала и поверхностями границ конструктивных элементов. Результаты моделирования в условиях торцевого выпуска показали возможность применения частиц сферической формы для моделирования выпуска ГМ: подбором перечисленных параметров было воспроизведено поведение неоднородного ГС с несферической



(1 – гребни потерь на подошве выработки; 2 -выпускная выработка; 3 – обрушенная секция отбойки; 4 – необрушенные секции отбойки; 5 – неотбитый массив ГП; 6 – обрушенные породы; 7 – навал руды на почве выработки)

Рисунок 2.14 – Продольный вертикальный разрез (схема) по оси выпускной выработки формой фрагментов на сыпучем материале однородного ГС со сферической формой фрагментов как в массиве модели обрушенных пород, так и на почве выработки.

В модели №2 (2.4.2) был повторён эксперимент для кусков сферической формы и однородного ГС. Сопоставление результатов позволило сделать вывод о возможности применения кусков сферической формы для моделирования. Результаты сопоставления представлены в таблице 2.9

Таблица 2.9 – Сравнение показателей исходной, упрощённой и модели со сферическими фрагментами сыпучего материала

Показатель	Исходная модель	Упрощённая модель	Модель со сферическими фрагментами	Относительное отклонение значений для модели со сферическими фрагментами относительно исходной модели
Средний угол перемещения материала, град	62.400	62.300	62.200	0.320%
Объём материала, перешедшего в приёмную ёмкость, м <sup>3</sup>	2.086	2.006	2.060	1.250%
Коэффициент разрыхления до обрушения	1.570	1.540	1.660	5.730%
Коэффициент разрыхления на шаге стабилизации 1	1.820	1.830	1.840	1.100%
Коэффициент разрыхления на шаге стабилизации 2	2.000	2.090	2.070	3.500%
Коэффициент разрыхления на шаге стабилизации 3	2.130	2.060	2.090	1.880%
Коэффициент разрыхления на шаге стабилизации 4	2.050	2.080	2.090	1.950%
			среднее отклонение	2.250%

При этом время расчёта модели №2 сократилось до 35 минут или в 5 раз по сравнению с упрощённой моделью (исходная модель – 18 ч. 54 мин, упрощённая – 2 ч. 54 мин). Время расчёта тестовых моделей, имитирующих реальные технологические схемы, с однородным ГС и сферической формой фрагментов также ускорилось в 8-10 раз.

### **2.5.2 Сокращение времени моделирования и объёма модели**

Переходя от прототипа к модели возможно два варианта для её сокращения:

- уменьшение геометрического пространства моделирования;
- сокращения времени проведения операций цикла очистных работ.

Описанное выше свойство сыпучести материала как один из главных показателей его поведения не обладает анизотропией и будет одинаковым в секциях отбойки одного подэтажа и набора смежных подэтажей (при сохранении ГС материала, его физико-механических свойств, включая влажность, и коэффициента разрыхления). Здесь подразумевается, что изменения в большей части обрушенного массива горных пород не будут значительными, а могут присутствовать лишь у двух-трёх смежных единиц (в приконтактных зонах, перепуске руды с одного подэтажа на другой и др. ситуациях), а далее вероятнее всего будут однотипными. Таким образом для исследования поведения сыпучего материала при выпуске, модель можно геометрически сократить следующим образом:

- количество панелей в одном подэтаже – до трёх;
- количество рассматриваемых подэтажей – до 2-3;
- количество секций в одной панели – до 4х.

Здесь представлены максимальные значения, которые следует использовать. Даже при них модель сокращается в десятки раз по сравнению с моделированием всего очистного блока, что многократно позволит сократить время расчёта модели, благодаря меньшему количеству фрагментов сыпучей среды, которые моделируются. Получаемые результаты могут быть масштабированы на последующие фрагменты выемочных единиц.

Также дополнительным геометрическим ограничением может являться отсечение временно не задействованных в моделировании областей от остальной области моделирования перемычками. Например, оставление пустыми секций, которые будут обрушаться и выпускаться ближе к концу времени моделирования, отсечение запасов нижних подэтажей, пока выпускаются верхние. При необходимости пространство за перемычками также заполняется, они убираются и моделируется процесс во всей исследуемой области. Такое отсечение показало свою эффективность на пробных экспериментах и позволило сократить количество моделируемых фрагментов сыпучего материала на первых этапах моделирования в 2-3 раза и кратно сократить первые этапы расчёта моделей.

Сокращения времени моделирования можно добиться за счёт уменьшения времени проведения технологических операций. Например, нет необходимости моделировать зарядание скважин и проветривание забоя после взрыва скважинных зарядов как операции, непосредственно не влияющие на выпуск. Однако, следует моделировать обрушение секции отбойки в выпускную выработку и после этого выдерживать интервал времени, чтобы обрушенная рудная масса достигла некоторого состояния покоя.

В цикле очистных работ наибольшее время для рассматриваемых условий занимает непосредственно выпуск рудной массы. Интервалы между зачерпываниями ковшем ПДМ рудной массы из навала могут составлять от 2–3 до десятков минут; иногда выпуск приостанавливается вовсе. Механика процесса такова, что после зачерпывания нарушается достигнутое ранее равновесие у кусков, находящихся в верхней части навала, т.к. угол его откоса становится значительно больше угла естественного откоса. Вследствие этого часть кусков горной массы начинает сползать на почву выработки, нарушая равновесие тех кусков, которые на них опирались. Далее движение распространяется вверх и вглубь массива раздробленной горной массы по описанному выше принципу. За то время, пока ПДМ доезжает до пункта разгрузки, опустошает ковш и возвращается назад, все куски горной массы в области влияния выпускного отверстия достигают относительно равновесного состояния, которое подразумевает отсутствие значительных перемещений в единицу времени. Употребление понятия «относительно равновесного состояния» обуславливается тем, что куски раздробленной горной массы при выпуске руды после достижения относительно равновесного состояния продолжают незначительно смещаться, уплотняясь. И в длительной перспективе (несколько суток, недель) чем больше пауза между зачерпываниями ковша ПДМ, тем сильнее уплотняется за это время выпускаемая среда.

Если сохранять в численной модели, реализующей МДЭ, соответствие времени зачерпывания, то это приведёт к неприемлемо длительному её расчёту, т.к. время моделирования выпуска будет соответствовать реальному: для одной секции отбойки – от 1 суток. Соответственно, необходимо сократить время непосредственного выпуска при моделировании за счёт сокращения пауз между зачерпываниями ковшем ПДМ. В некоторых исследованиях применялся непрерывное извлечение ГМ из очистного забоя при выпуске путём применения вместо модели ковша ПДМ модели конвейера, который с постоянной скоростью извлекал горную массу из забоя. Описанная выше механика истечения горной массы при выпуске, а также опытные эксперименты на численной модели показали отличие такого истечения от реально моделируемого. Вызвано это в первую очередь изменением условий истечения, а именно увеличением коэффициента разрыхления внутри выпускаемой горной массы: её фрагменты не успевают достигнуть состояния равновесия и уплотниться, находясь в непрерывном движении. Иной механизм извлечения горной

массы из навала в очистном забое также может вносить свои коррективы и в поведение материала при выпуске.

Таким образом, время между зачерпываниями ковша ПДМ в очистном забое необходимо сократить так, чтобы фрагменты раздробленной горной массы успевали достигнуть состояния относительного равновесия. Значительного уплотнения выпускаемой ГМ за интервал времени до 5-10 минут (наиболее часто встречающееся в практике выпуска время между зачерпываниями) не достигается, а значит данным процессом можно пренебречь. Опытным путём было установлено, что время, необходимое для достижения состояния относительного равновесия у фрагментов сыпучего материала после извлечения некоторого объёма из навала в очистном забое, составляет около 5 секунд времени моделирования. После этого сыпучий материал ещё немного уплотняется в течение 2-3 секунд. Далее перемещения фрагментов сыпучего материала в модели практически не наблюдается. Данные значения были получены для торцевого выпуска руды с высотой выпускаемого слоя 45 м.

В результате опытным путём для численной модели были подобраны следующие интервалы между технологическими операциями:

- 1) Между заполнением модели сыпучей средой и её обрушением в выработку – не менее 5 с.
- 2) Между обрушением и началом извлечения руды или последующими обрушениями в данной выработке – не менее 5 с.
- 3) Между зачерпываниями ковшем ПДМ – не менее 8 с, выбран интервал в 10 с.

## **2.6 Методика имитационного моделирования выпуска руды на основе МДЭ**

На основе опыта, полученного при разработке, настройке и расчёте численной модели была сформулирована принципиальная методика имитационного моделирования (Рисунок 2.15).

Методика состоит из следующих шагов.

- 1) Определение целей исследования и критериев оптимальности результатов. Цели исследования позволяют установить, какие параметры необходимо исследовать. Критерии оптимальности могут быть представлены минимальными затратами, максимальной прибылью, браковочным содержанием или минимальными потерями.



Рисунок 2.15 – Принципиальная блок-схема методики имитационного моделирования выпуска руды

яющем результаты построения в общедоступных обменных форматах. В дополнение к конструктивным элементам должны быть смоделированы вспомогательные геометрии, обеспечивающие ход выполнения исследований: перемычки, отсекающие плоскости, ковши ПДМ, и др.

4) Определение параметров имитационной модели. На данном шаге в численной модели должен быть произведён выбор физических моделей расчёта, а также не справочных характеристик материала. На упрощённых моделях необходимо произвести ряд численных экспериментов для подбора однородного гранулометрического состава взамен разнородному. Установленные параметры материала и физических моделей расчёта должны быть проверены по углу естественного откоса.

5) Настройка имитационной модели, её калибровка и заверка. Модели конструктивных и вспомогательных элементов должны быть импортированы в программную среду имитационного моделирования, где производится настройка модели: задаются установленные характеристики материала, физические модели расчёта, последовательность ввода и вывода различных элементов модели в имитации, движения нестационарных элементов. Настроенная модель по-

2) Определение характеристик моделируемой среды. На данном шаге необходимо установить, какие комбинации параметров конструктивных элементов необходимо исследовать, какие свойства у сыпучего материала (физико-механические, гранулометрический состав). Для установленного материала необходимо определить его угол естественного откоса.

3) На основе определённых комбинаций параметров конструктивных элементов производится их моделирование в любом программном обеспечении, позволяющем создавать трёхмерные модели и экспортиру-

требует неоднократного запуска для корректировки возможных ошибок настройки. В данной модели должны проверяться основные закономерности поведения сыпучего материала. При выявленных ошибках потребуется вернуться к шагу 4.

- 6) При успешном выполнении шага 5 запускается расчёт численной модели.
- 7) По окончании вычислений производится обработка результатов численного моделирования.

## **Выводы по главе 2**

1) На основе анализа литературных данных и результатов численных экспериментов показано, что эффективным инструментом изучения поведения ГМ при её выпуске является МДЭ, реализованный в программе RockyDEM.

2) На основе анализа результатов численного моделирования установлено, что траектории движения кусков ГМ к выпускному отверстию в большей степени соответствуют графику кубической функции, а не параболической. По параболической траектории куски стремятся не к выпускному отверстию, а к центральной зоне потока, обладающей наибольшей скоростью движения.

3) Для радикального сокращения времени моделирования процесса выпуска ГМ разнородного ГС можно использовать модель кусков ГМ сферической формы с подбором для моделируемых условий коэффициента сопротивления качению, а также коэффициентов статического и динамического трения.

4) Для численного моделирования поведения сыпучего материала при выпуске помимо проверки свойств материала по углу естественного откоса и углу обрушения требуется проверка модели по основным особенностям поведения материала в моделируемых условиях.

### **3 Численное моделирование процесса торцевого выпуска руды на примере отработки хибинских месторождений**

#### **3.1 Описание модели**

##### **3.1.1 Факторы, подлежащие учёту при формировании модели**

Анализ работ различных авторов показал, что на процесс истечения ГМ из выпускных отверстий при торцевом выпуске руды может влиять ряд факторов, среди которых - параметры конструктивных элементов выемочных единиц и характеристики ГМ. В меньшей степени влияют особенности выемки ГМ (объём ковша ПДМ, глубина его внедрения, частота черпания), очередность выпуска, момент остановки забоя и объём дозы выпуска.

На поведение ГМ влияют физико-механические свойства ГП и ГС. Первые являются природным фактором, а исследование влияния вторых не входит в цели настоящей работы. Соответственно, в рамках диссертационной работы исследовалось влияние параметров конструктивных элементов на показатели извлечения при заданных характеристиках ГМ.

Известно [Абрамов В.Ф., Файбишенко Д.И. Закономерности движения руды в очистном пространстве при торцевом выпуске. 1966], что для достижения наиболее полного извлечения руды с минимальными разубоживанием из секции отбойки необходимо, чтобы фигура выпуска наиболее точно вписывалась в конфигурацию выпускаемой секции отбойки.

Среди параметров конструктивных элементов, которые могут оказывать влияние на показатели извлечения, можно выделить:

- высоту подэтажа;
- угол откоса боков ромбовидной панели;
- угол отбойки веера скважин к горизонтальной плоскости (угол наклона секции отбойки);
- толщину отбиваемого слоя руды;
- количество отбиваемых слоев (вееров) за один прием в панели;
- максимальную длину взрывааемых скважин – высота отбиваемого слоя;
- форму фигуры отбиваемого слоя (ромб, неполный ромб);
- параметры (главным образом, ширина) поперечного сечения выработки;
- наличие и количество плоскостей обнажения при выпуске руды из панели;
- мощность обрушаемых покрывающих пород;
- расстояние между буродоставочными выработками.



На вариации параметров конструктивных элементов сильное влияние оказывают физико-механические свойства массива ГП и его геодинамическое состояние, экономические и технологические факторы. Ограничение рассматриваемых комбинаций конструктивных элементов и их параметров необходимо с целью уменьшения количества вариантов моделируемых условий.

На апатитовых подземных рудниках хибинских месторождений система разработки с подэтажным обрушением и торцевым выпуском руды применяется с 80-х годов прошлого столетия (Лукичѳв С.В., Белгородцев О.В. Решение задач проектирования подземных горных работ с использованием геоинформационных технологий. 2019). Накопившимся более чем 30-летним опытом использования данной системы, сопровождающимся непрерывными наблюдениями за геомеханическим состоянием массива, установлено, что безопасное расстояние между осями выпускных (буро-доставочных) выработок принято равным 4 ширинам выработок. В благоприятных условиях и при высоком темпе ведения очистных работ данный показатель может быть снижен до 3 ширин выработок. Т.е. при установленной ширине выработок 5.1 м расстояние между осями смежных выработок должно составлять не менее 15,3 м. На рудниках КФ «АО Апатит» применяются следующие расстояния: 16, 18, 21 и 24 м. Опытным путѳм установлена оптимальная высота подэтажа 18-25 м в зависимости от условий. Углы откоса траншеи применяются от 60 до 72, в редких случаях - 80 градусов, варьируясь в зависимости от расположения очистной выработки. Наклон веерам скважин не задают: они располагаются строго вертикально из-за сложностей забуривания скважин под углом.

Таким образом, учитывая многолетний опыт ведения горных работ на КФ «АО Апатит», и руководствуясь задачей ограничить перечень сочетаний параметров конструктивных элементов, рассмотрим каждый из влияющих факторов.

#### ***Высота подэтажа, высота отбиваемого слоя***

Как правило, высота отбиваемого слоя принимается равной высоте двух подэтажей. Поэтому эти два взаимозависимых фактора рассматриваются вместе. Фигура выпуска по мере процесса извлечения развивается в высоту, ширину и глубину массива и при торцевом выпуске описывает фигуру параболлоида, усечѳнного фронтальной стенкой неотбитого массива ГП и откосами боков ромбовидной панели. Таким образом, чем больше будет выпущено ГМ, тем большими размерами во всех направлениях будет обладать фигура выпуска. И в данном представлении высоту подэтажа и отбиваемого слоя следует рассматривать в комплексе с другими переменными параметрами конструктивных элементов. Следовательно, для исследования необходимо выбрать единую высоту для всех моделей, которая наиболее распространена в рассматриваемых условиях.

#### ***Угол откоса боков ромбовидной панели***

Откосы боков ромбовидной панели ограничивают и направляют поток выпускаемой ГМ. При этом если эти углы будут достаточно пологими, часть руды не будет попадать в фигуру выпуска даже при большой высоте выпускаемого слоя. Таким образом, необходимо установить, какое значение углов откоса позволяет добиться наилучшего извлечения руды при заданных условиях.

#### ***Угол наклона секции отбойки***

Как было отмечено выше, фигура выпуска отклоняется от фронтальной стенки на некоторую величину, в связи с чем возникает возможность использования наклонных вееров скважин. Влияние угла наклона на показатели извлечения достаточно подробно изучено, однако в рамках текущего исследования, проводимого численными методами, необходимо установить оптимальное положение угла наклона для условий хибинских месторождений.

#### ***Толщина отбиваемого слоя руды***

Толщина отбиваемого слоя выбирается исходя из величины ЛНС. При этом данный показатель скорее завязан на параметры БВР и, как результат, на оптимальное дробление отбиваемой ГМ. Поэтому в рамках исследования толщина ЛНС принимается единой и не рассматривается как переменный параметр.

#### ***Количество отбиваемых слоев (вееров) за один прием в панели***

Практика торцевого выпуска руды показывает применение различных вариантов отбойки слоёв. Если ведётся отбойка по одному слою, то из-за меньшей толщины слоя выпускаемой руды возможно более раннее и интенсивное поступление в выпускную выработку пород из передней стенки, однако достигаются лучшие условия выпуска благодаря увеличению коэффициента разрыхления и как следствие, лучшей сыпучести ГМ. При одновременном выпуске двух и более слоёв ситуация обратная: выпуск чистой руды может продолжаться дольше, меньше примешиваются породы из фронтальной стенки, но хуже сыпучесть руды, может сужаться фигура выпуска. Во втором варианте, как правило, потери выше: гребни на подошве выработки формируются большей высоты и глубины, также на откосах боковых поверхностей секций отбойки может оставаться большее количество руды, чем при варианте с отбойкой одной секции. При этом немаловажным является организация выпуска: в каком объёме выпускать руду из каждой секции для достижения оптимальных параметров выпуска. Данные вопросы выносятся за рамки исследования и принимается, что в моделях отбойка ведётся по одной секции за один цикл очистных работ; выпуск производится до момента снижения качества в выпускаемой дозе ниже бортового.

#### ***Форма фигуры отбиваемого слоя (ромб, неполный ромб)***

Для унификации и возможности дальнейшего применения результатов исследования рассматривается вариант классической формы отбиваемого слоя, представляющей собой симметричную относительно вертикальной оси ромбовидную фигуру.

### ***Параметры (главным образом, ширина) поперечного сечения выработки***

Согласно исследованиям, среди параметров поперечного сечения выработки, оказывающих влияние на показатели извлечения, наибольшее значение имеет ширина и форма поперечного сечения (Кисиличин С.А. Особенности торцевого выпуска при разработке системами с обрушением руд и вмещающих пород. 2013). Соблюдая условия безопасности, её пытаются сделать как можно шире. Это позволяет увеличить ширину фигуры извлечения и как следствие улучшить его показатели. Однако ключевым является не столько ширина самой выработки, сколько ширина забора ГМ из навала: например, при ширине выработки 5 м, а ковша ПДМ - 3 м, ключевым будет являться то, как машинист производит зачерпывание: если всегда из середины навала, то ширина выработки значения не имеет: ширина фигуры выпуска будет ограничена шириной области, из которой производится черпание. Множественными исследованиями рекомендовано применять как можно большую ширину выработки и извлекать ГМ по всей её ширине для достижения наилучших показателей извлечения.

В исследовании ширина выработки не используется как переменный параметр и принята согласно используемой конфигурации поперечного сечения на рудниках АО «Апатит»: ширина выработки 5,1 м; высота – 4,5 м; свод – коробовый; забор сыпучего материала производится по всей ширине выработки.

### ***Наличие и количество плоскостей обнажения при выпуске руды из панели***

Принимается максимально возможное количество плоскостей обнажения для изучения величины разубоживания из разных источников.

### ***Мощность обрушаемых покрывающих пород***

Увеличение толщи налегающих пород повышает горное давление в выпускаемой области, что ухудшает условия выпуска. Однако с точки зрения численного моделирования увеличение толщи налегающих пород приведёт к значительному возрастанию времени расчётов. Поэтому в модели принимается такая толщина налегающих пород, чтобы фигуры выпуска не выходили на поверхность, а руда всегда была пригружена сверху налегающими породами. Высота налегающих пород составляет от 10 м.

### ***Расстояние между буродоставочными выработками***

Поскольку в рамках исследования выпуск будет производиться из одной панели с фиксированной высотой подэтажа, а вопросы перепуска руды с одного подэтажа на другой не рассматриваются, то расстояние между буродоставочными выработками в экспериментах не учитывается.

Таким образом, в качестве основных переменных параметров конструктивных элементов, которые влияют на формирование фигуры выпуска, рассматриваются угол откоса боков ромбовидной панели и угол наклона фронтальной плоскости секций отбойки.

### 3.1.2 Параметры модели

Выбор параметров модели осуществлялся, исходя из следующих ограничений:

- 1) Моделируется выпуск из одной панели.
- 2) Количество слоёв (объём ГМ, отбиваемой в результате взрыва одного веера взрывных скважин), в границах которых моделируется процесс выпуска, равен 3, что достаточно для понимания закономерностей формирования фигур выпуска. За тремя слоями формируется слой породы, имитирующий ранее отбитые и выпущенные секции отбойки.
- 3) Высота подэтажа принята согласно наиболее часто используемой на рудниках хибинских месторождений - 20 м.
- 4) Вариации углов откоса траншеи приняты равными 60, 70 и 80 градусам.
- 5) Толщина отбиваемого слоя принята равной ЛНС – 2.8 м.

Для моделей с углом откоса траншеи  $80^{\circ}$  были созданы варианты с наклонёнными секциями отбойки. Углы наклона их фронтальных плоскостей составили  $85^{\circ}$  и  $80^{\circ}$ . Таким образом, было создано 5 вариантов моделей, характеристики которых представлены в таблице 3.1, общий вид – на рисунке 3.1.

Таблица 3.1 – Параметры конструктивных элементов моделей

	Угол наклона секции, град.	Угол откоса траншеи, град.	Высота подэтажа, м	Толщина отбиваемого слоя, м
Модель №4	90	80	20	2,8
Модель №5	90	70		
Модель №6	90	60		
Модель №7	85	80		
Модель №8	80	80		

Для формирования граничных условий, близких к реальным, вокруг секций отбойки смоделированы разрушенные вмещающие породы, которые увеличивают область моделирования:

- по ширине секции отбойки – на половину ширины выпускной выработки;
- по высоте – на 10 м.

Свойства сыпучести ГМ устанавливались согласно результатам исследований, проведённых во второй главе. ГС сыпучей среды однородный; размер куса руды 0,3 м, породы – 0,5 м; форма кусков – сферическая.

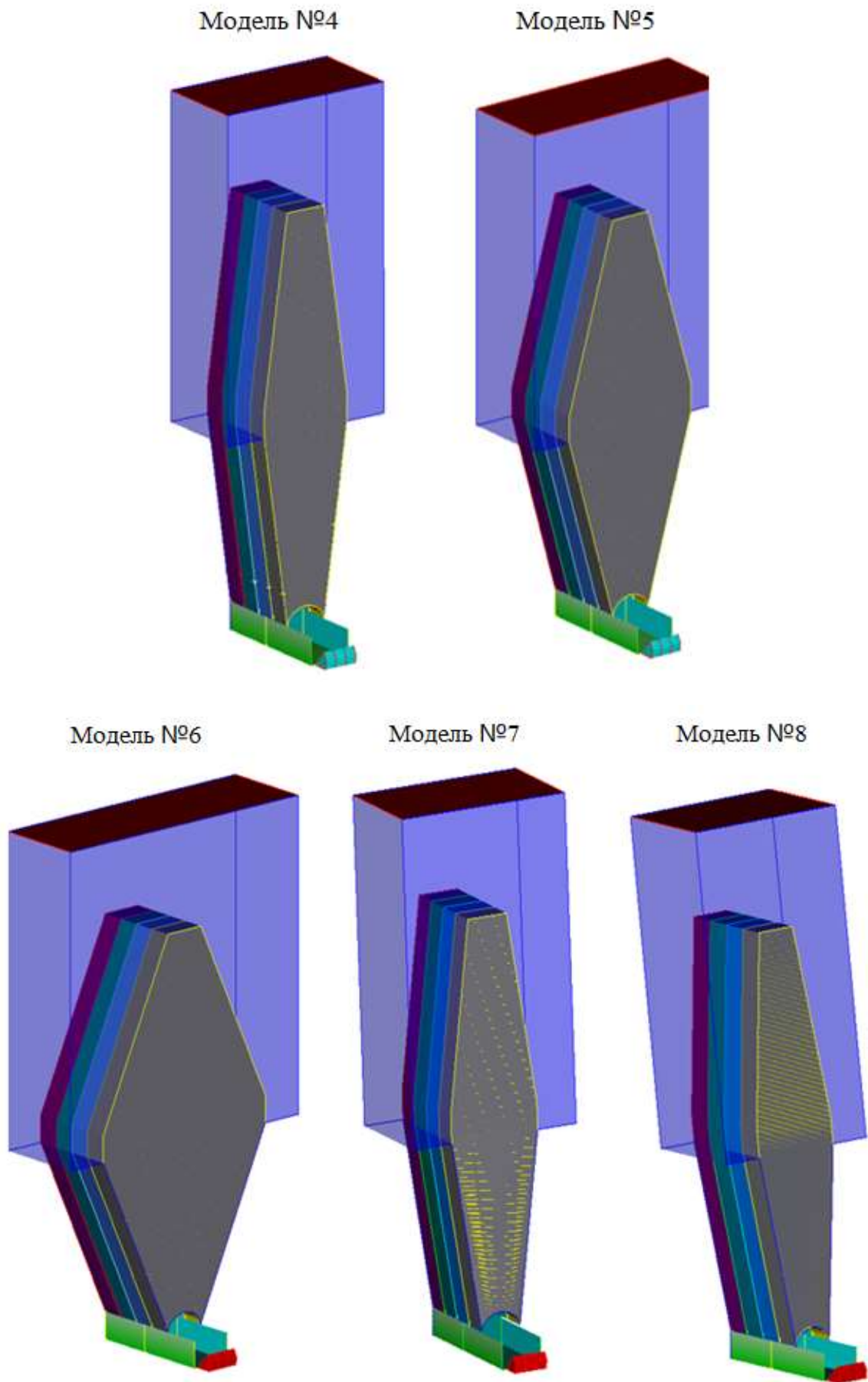


Рисунок 3.1 – Общий вид моделей № 4-8

Процесс численного моделирования включал в себя следующие стадии:

- 1) Заполнение модели материалом, моделирующим ГМ: руда и порода засыпались в области, разделённые между собой перемычками, препятствующими взаимопроникновению материала до начала моделирования процесса выпуска. Выпускная выработка также была отделена от ГМ.
- 2) После заполнения модели убиралась перегородка между породами и выработкой, что инициировало их обрушение.
- 3) В момент прекращения перемещения кусков ГМ снимались перегородки, отделяющие материал секции отбойки от граничащих с секцией областей, включая пространство выработки. В результате руда обрушалась в выработку. При этом за счёт того, что руда в секции отбойки смоделирована с уплотнением, она расширялась в сторону обрушенного ранее массива ГП. Таким образом, обеспечивалось геометрическое и физическое подобие процесса выпуска ГМ.
- 4) Выемка моделировалась поступательным повторяющимся движением модели ковша ПДМ до внедрения его в навал ГМ на глубину 2-2,5 м (в зависимости от угла откоса навала), его поворот, обратное движение за границы области моделирования. Скорости движения, внедрения, поворота были подобраны таким образом, чтобы действие ковша оказывало влияние только на куски ГМ, находящиеся в навале, и не распространялось вглубь обрушенного массива. Длина цикла извлечения была установлена согласно результатам исследований, приведённых в главе 2.

Для расчёта показателей извлечения в модели выделялись области, в которых фиксировалось перемещение руды и породы. Кроме этого фиксировался состав ГМ в ковше ПДМ и отслеживались объёмы неизвлечённой из модели руды для вычисления показателя потерь.

Фиксация результатов перемещения руды и породы в процессе моделирования осуществлялась на каждом временном шаге в виде отчётов, которые в табличном виде обрабатывались в MS Excel: составлялись планограммы выпуска с фиксацией ключевых показателей извлечения по дозам выпуска.

Выпуск из каждой секции продолжался до тех пор, пока в дозе выпуска сохранялось содержание полезного компонента не ниже 4%. Данный показатель установлен как бортовое содержание на рудниках КФ АО Апатит. В качестве исходных данных в моделях использовались следующие значения содержания:

- для руды – 15 %;
- для вмещающих пород – 1,7 %;
- объём дозы выпуска – 100 м<sup>3</sup>.

Время моделирования выпуска каждого слоя подбиралось таким образом, чтобы выпускалась вся или почти вся руда из обрушаемого слоя. По окончании моделирования отмечалась

доза выпуска, в которой содержание полезного компонента в выпускаемой ГМ падало ниже бортового. На этой дозе выпуск из слоя прекращался и начиналась подготовка модели к выпуску следующего слоя: сохранялось положение кусков ГМ, удалялись лишние элементы модели, заполнялась рудой следующая секция отбойки. После чего процесс моделирования повторялся.

### 3.2 Результаты исследования

#### 3.2.1 Влияние на показатели извлечения углов откоса

Для определения влияния углов откоса секции на показатели извлечения сравнивались показатели потерь, разубоживания и среднего качества выпускаемой ГМ:

- потери и разубоживание – достигнутые на конец выпуска каждой секции отбойки;
- качество – среднее в ГМ, выпущенной из соответствующего слоя.

Результаты моделирования представлены на рисунках 3.2-3.4

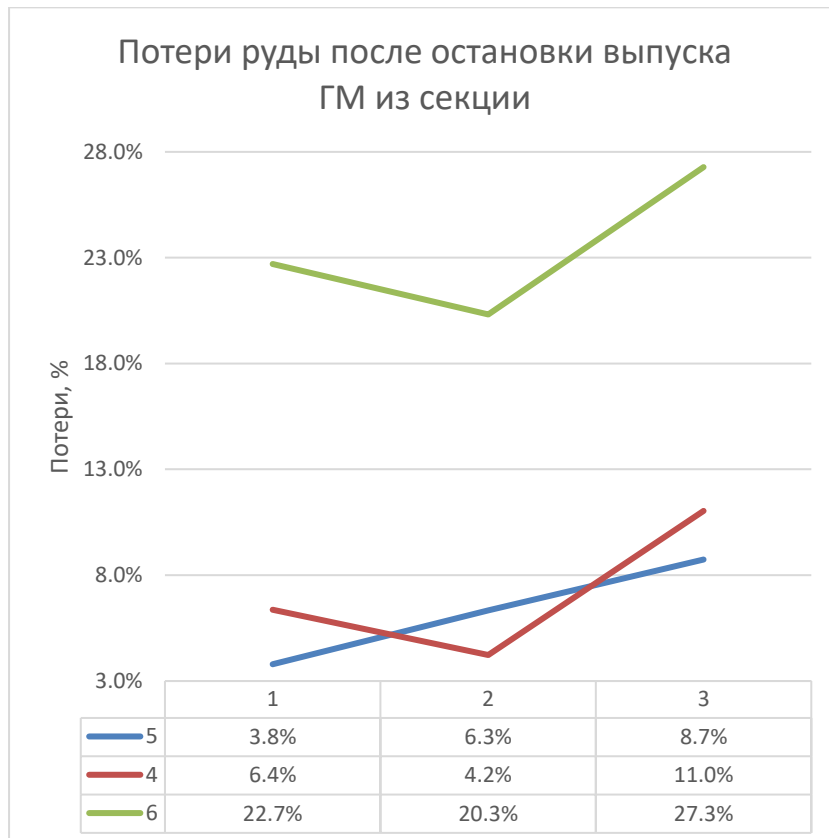


Рисунок 3.2 – Потери руды послойно в моделях № 4-6; 1, 2 и 3 на горизонтальной оси – номера слоёв



Рисунок 3.3 – Разубоживание послойно в моделях № 4-6; 1, 2 и 3 на горизонтальной оси – номера слоёв

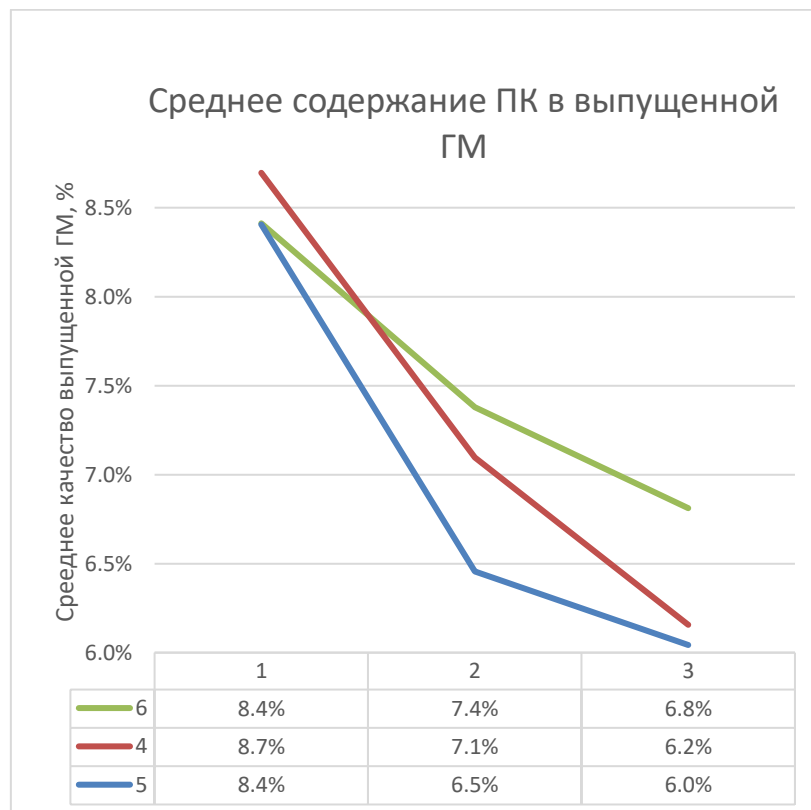


Рисунок 3.4 – Среднее качество выпущенной ГМ послойно в моделях № 4-6; 1, 2 и 3 на горизонтальной оси – номера слоёв



Анализ поведения ГМ при выпуске приведён для всех моделей только для этапа выпуска третьего слоя в панели. Это вызвано тем, что в первых двух слоях фигура выпуска развивалась в глубину до контакта с тыльной стенкой модели и ограничивалась ей, что в реальных технологических ситуациях встречается только при начале работ в панели. Основной же объём выпуска приходится на ситуации, когда фигура выпуска не имеет ограничений тыльной стороны. На рисунках 3.5-3.7 представлены фигуры выпуска, сформировавшиеся при извлечении 3-го слоя в моделях №4-6 на момент остановки выпуска. Представлен вид сбоку и вид спереди. Здесь и далее модели кусков руды отображаются красным цветом, породы – синим. На рисунке 3.8 представлены пояснения к рис. 3.5-3.7 и последующим.

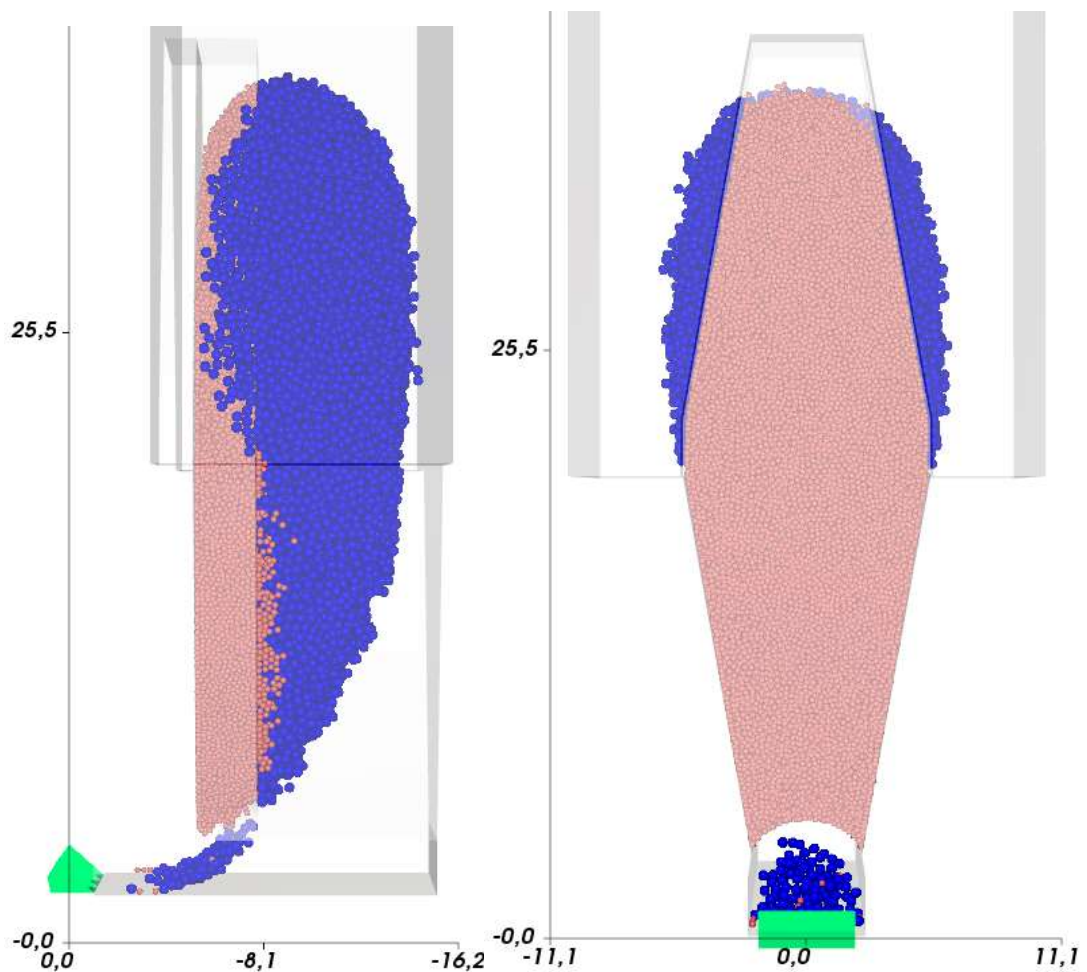


Рисунок 3.5 – Фигура выпуска для слоя 3 модели №4 (выпущено 1,5 тыс м<sup>3</sup> ГМ); потери 11% (из них 10% из текущего слоя), разубоживание 66,5 %, среднее качество в выпущенной ГМ 6,2 %

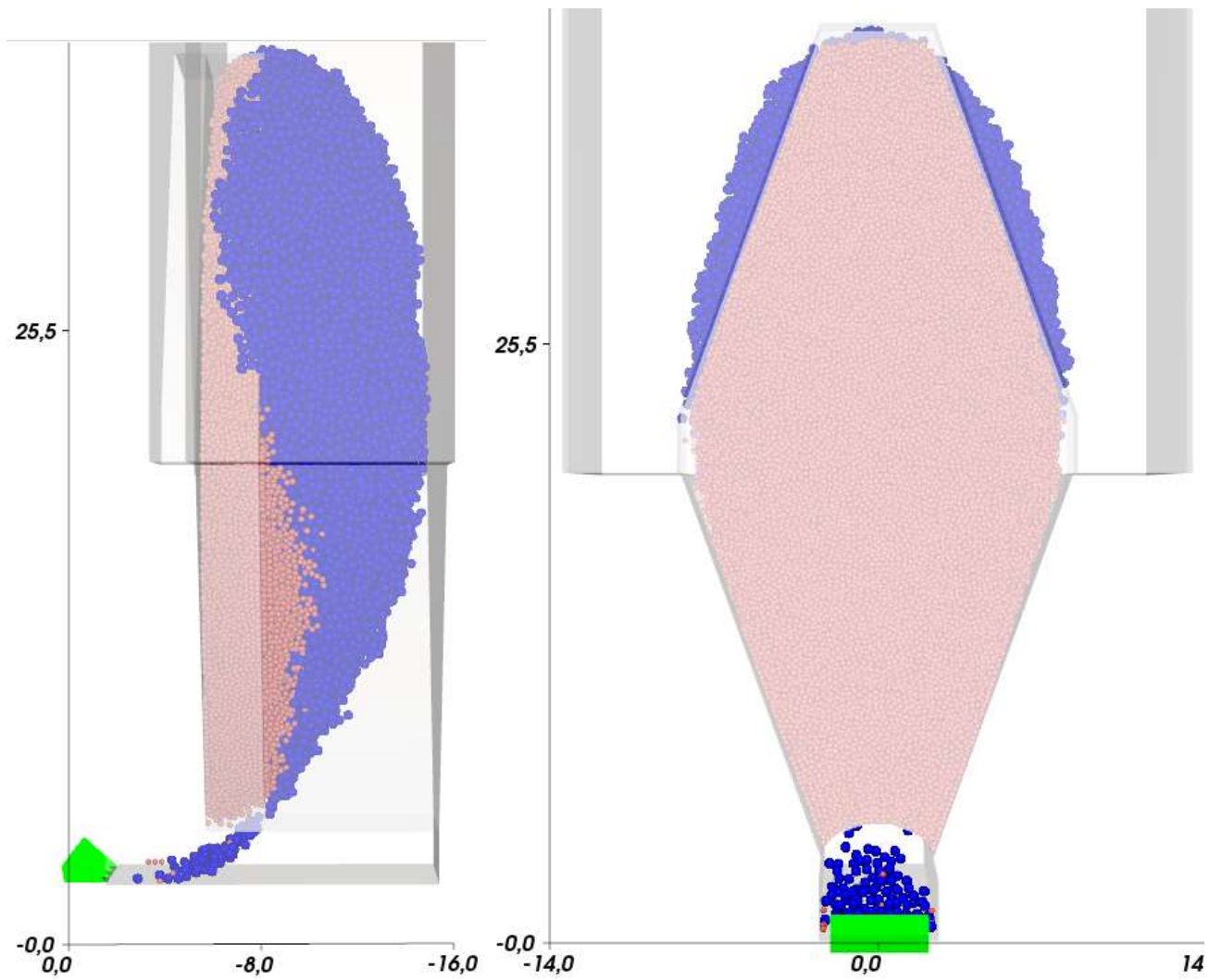


Рисунок 3.6 – Фигура выпуска для слоя 3 модели №5 (выпущено 2,2 тыс м<sup>3</sup> ГМ); потери 8,7% (из них 6,8% из текущего слоя), разубоживание - 67,3 %, среднее качество в выпущенной ГМ -

6 %

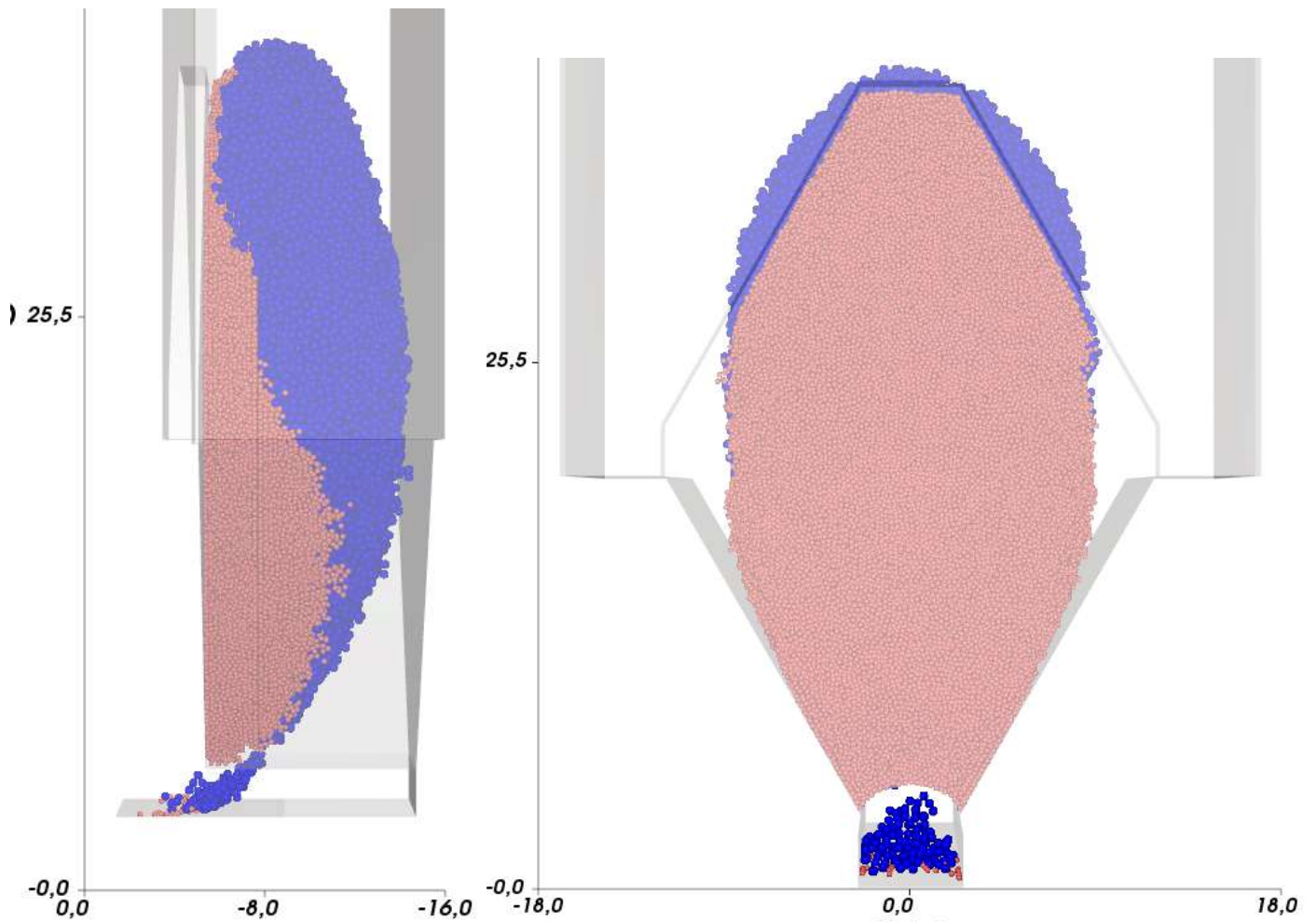


Рисунок 3.7 – Фигура выпуска для слоя 3 модели №6 (выпущено 2,8 тыс м<sup>3</sup> ГМ); потери 23,9% (из них 14,5% из текущего слоя), разубоживание - 63,2 %, среднее качество в выпущенной ГМ- 6,6 %

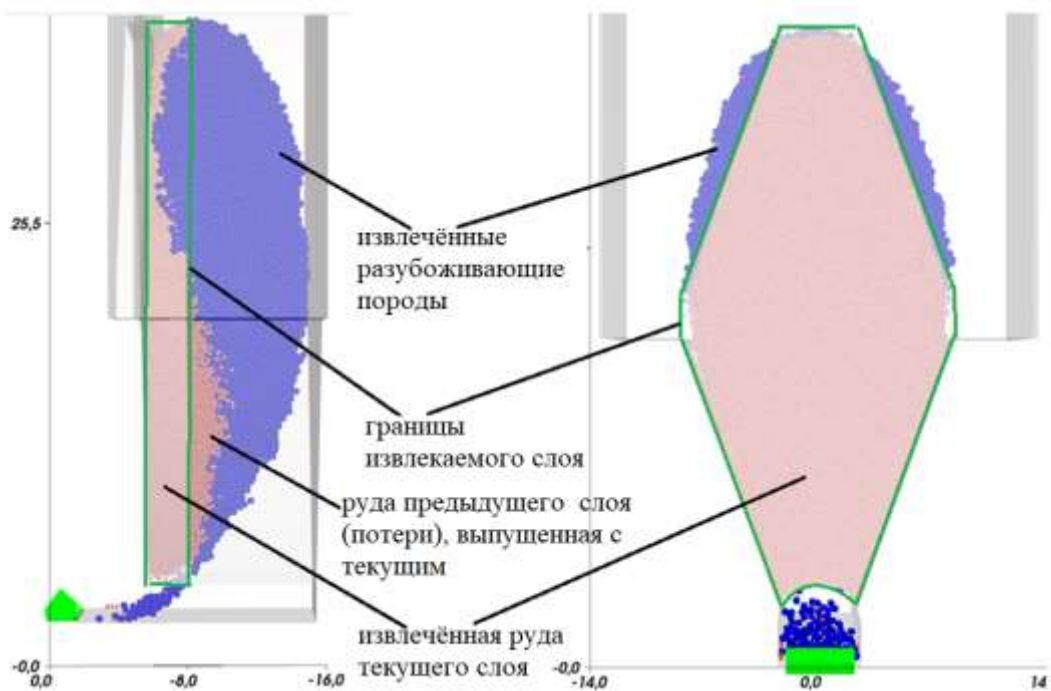


Рисунок 3.8 – Пояснения к рис. 2.5-2.7

Габариты фигур выпуска, сформировавшиеся после выпуска ГМ до содержания ниже бортового, и основные показатели извлечения представлены в таблице 3.2.

Таблица 3.2 – Габариты фигур выпуска и основные показатели извлечения

Модель (угол откоса)	Ширина фигуры, м	Высота фигуры, м	Глубина фигуры, м	Объём ГМ в фигуре, м <sup>3</sup>	Потери по мо-дели, %	Потери по текущему, %	Разубо-жива-ние, %	Среднее со-держание ПК в выпущенной ГМ, %
№ 4 (80°)	13,4	38,2	10,2	1515,0	11,0	10,0	66,5	6,2
№ 5 (70°)	18,2	40,8	12,7	2286,0	8,7	6,8	67,3	6,0
№ 6 (60°)	20,0	41,8	12,5	2874,0	23,9	14,5	63,2	6,6

Из рисунков 3.5-3.8 видно, что основной объём разубоживающих пород составляют породы, расположенные за задней границей выпускаемого слоя, т.е. так называемое фронтальное разубоживание. Боковое и верхнее разубоживание присутствовало, но составило куда меньшие объёмы.

В представленных идеализированных вариантах фигуры выпуска были симметричны относительно вертикальной плоскости, проводимой из оси выпускной выработки и представляли собой фигуру, близкую к усечённому фронтальной стенкой параболлоиду. Примечательно, что для моделей №5 и №6 глубина фигуры выпуска одинакова, не смотря на различные углы откоса. При этом угол образующей на задней границе был различен: модель №4 – 60°, модель №5 – 58,5°, модель №6 – 57°. При одинаковой глубине фигур выпуска у моделей №5 и №6 можно сделать вывод о том, что фигура развивается на определённую глубину и далее не увеличивается. Разница объёмов достигается за счёт увеличения высоты и выполаживания углов, образующих фигуру.

Объёмы ГМ, выпущенные к моменту остановки выпуска, в каждой модели были различны. Поэтому для сравнения сформировавшихся при различных углах откоса фигур выпуска в моделях №5 и №6 были рассмотрены фигуры выпуска, объём ГМ в которых равен объёму ГМ в фигуре выпуска модели №4. Результаты расчёта представлены в таблице 3.3, визуальное представление фигур выпуска – на рисунках 3.9-3.10.

Таблица 3.3 – Габариты фигур выпуска после извлечения 1,5 тыс м<sup>3</sup> ГМ

Модель (угол откоса)	Ширина фигуры, м	Высота фигуры, м	Глубина фигуры, м
№ 4 (80°)	13,6	38,2	10,2
№ 5 (70°)	16,5	33,9	10,2
№ 6 (60°)	16,0	32,9	9,2

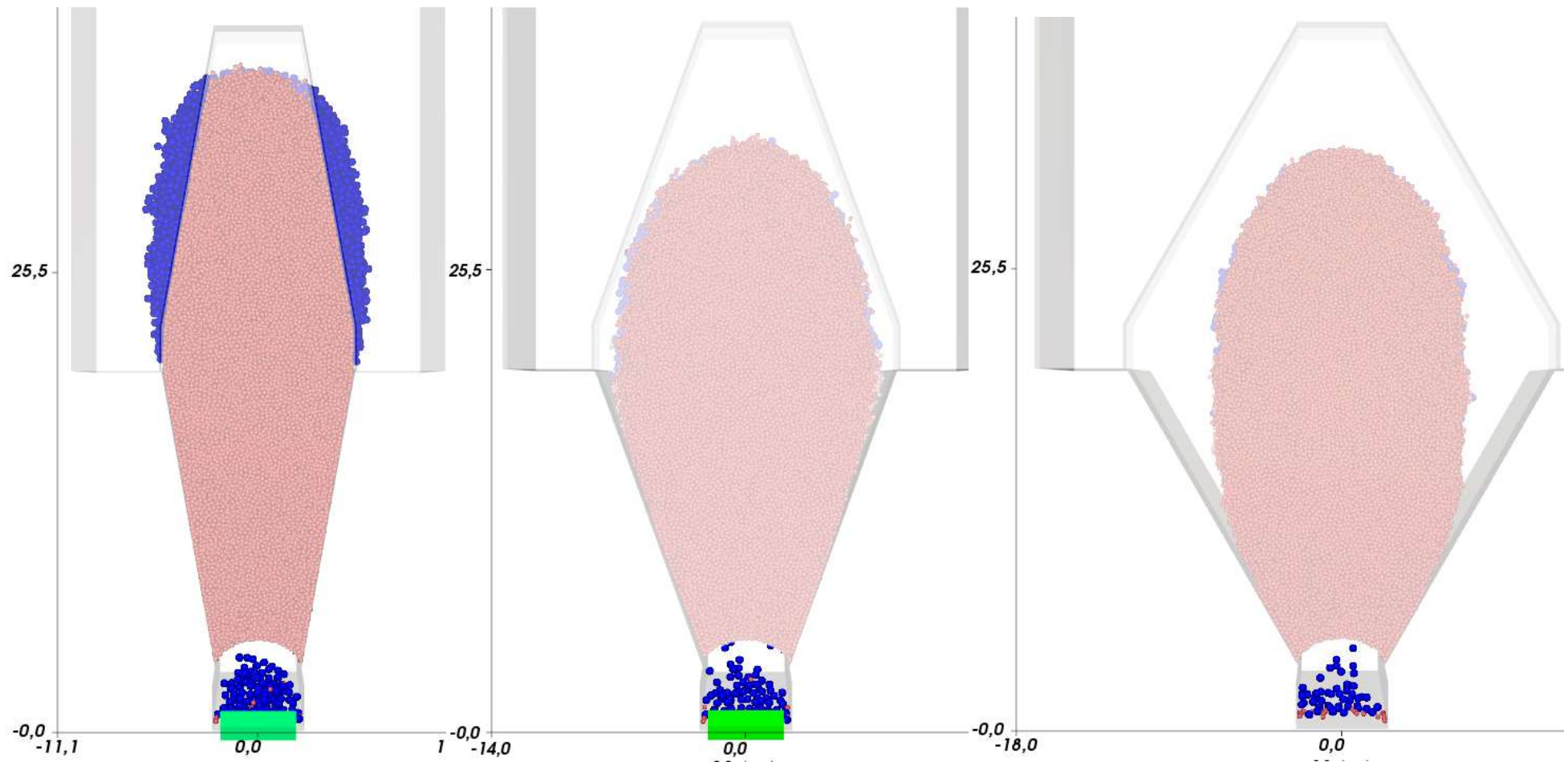


Рисунок 3.9 – Фигуры выпуска после извлечения 1,5 тыс. м<sup>3</sup> (без разрыхления) ГМ из моделей №4, №5 и №6 (слева направо); вид спереди (красные фрагменты – руда, синие – порода)

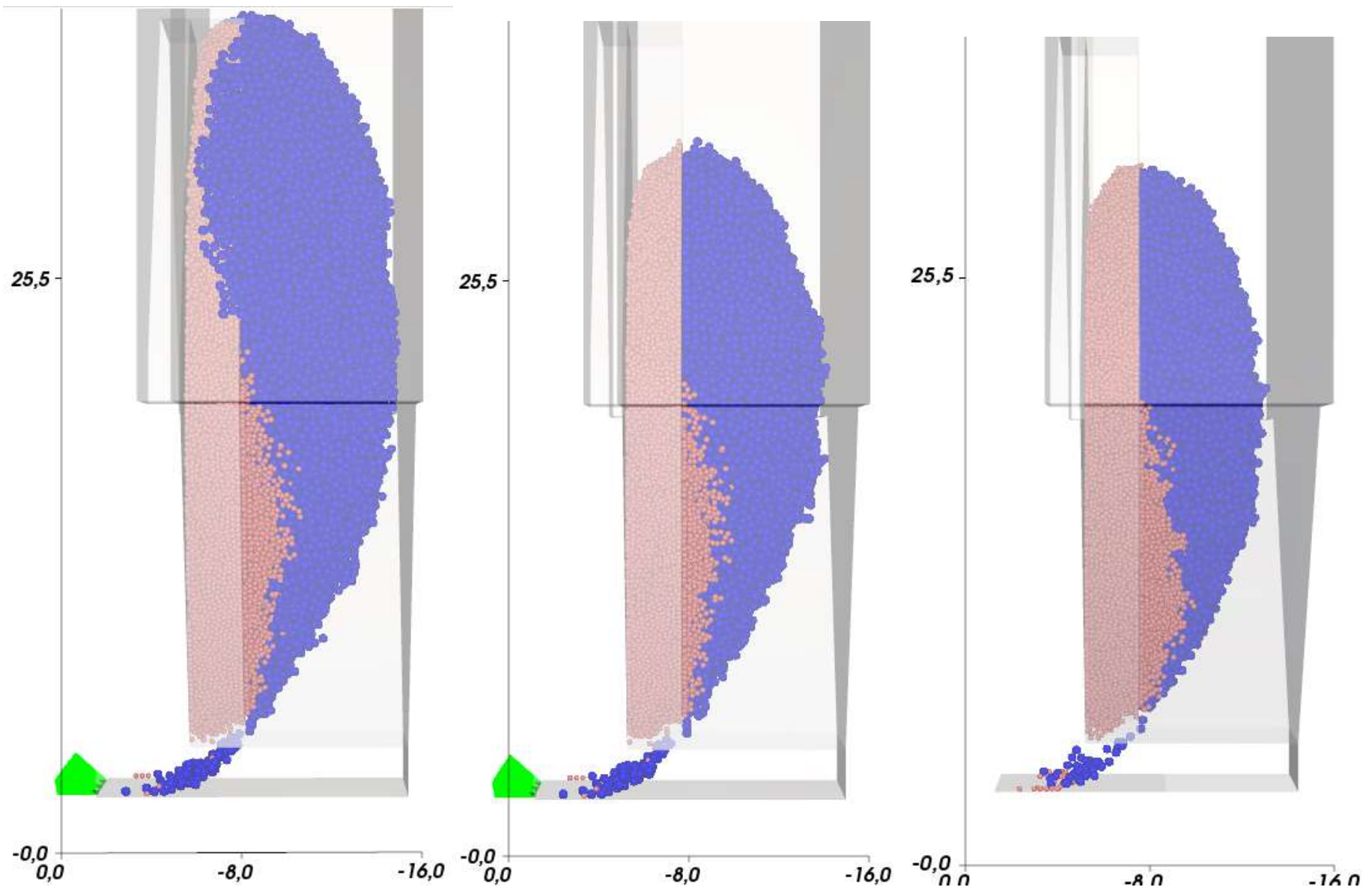


Рисунок 3.10 – Фигуры выпуска после извлечения 1,5 тыс. м<sup>3</sup> (без разрыхления) ГМ из моделей №4, №5 и №6 (слева направо); вид сбоку (красные фрагменты – руда, синие – порода)

Из представленных рисунков и таблиц можно сделать вывод, что фигура выпуска в ограничивающих её условиях (крутые углы откоса) развивается в первую очередь вверх. В более «свободных» условиях (модель №6) фигура выпуска развивается в ширину более активно, не усекаясь стенками откоса траншеи. При этом габариты фигуры меньше по ширине и глубине, чем в модели №5 при тех же самых объёмах извлечения.

При анализе результатов выявлено, что при крутых углах откоса фигура выпуска в плоскости веера почти полностью совпадает с конфигурацией секции отбойки, что сводит потери на откосах траншеи почти к 0. В модели №4 основные потери образовались из-за невыпущенных запасов в верхней части секции отбойки. Однако, учитывая тот фактор, что из 8,7% потерь модели лишь 1% является потерями из предыдущих слоёв, а также принимая во внимание конфигурацию фигуры выпуска, большая часть потерь слоя 3 может быть извлечена при выпуске последующих слоёв. При угле откоса  $60^{\circ}$  на откосах остаются достаточно объёмные области с неизвлечённой рудой. В первую очередь это связано с тем, что ширина секции отбойки, равная 26 м, превышает ширину фигуры извлечения. Часть потерь может быть извлечена при выпуске последующих слоёв, и нижележащего подэтажа.

Таким образом, можно сделать вывод, что относительный объём потерь с выполаживанием угла откоса возрастает.

Чтобы детальнее понять механизмы формирования потерь, на рисунках 3.11-3.16 представлено местоположение моделей кусков руды, не извлечённых при выпуске из 3-го

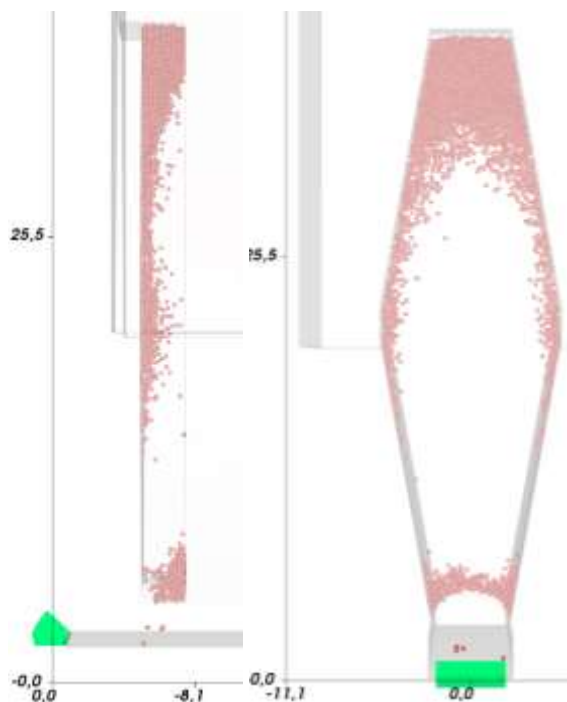


Рисунок 3.11 – Начальное положение кусков руды слоя 3 модели №4

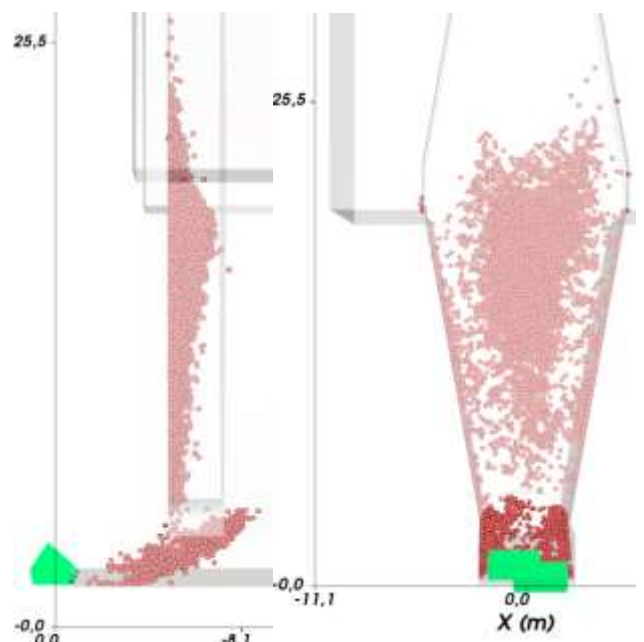


Рисунок 3.12 – Конечное положение кусков руды слоя 3 модели №4

слоя. Положение моделей кусков руды представлено на начало моделирования (до обрушения секции) (Рисунок 3.11, 3.13, 3.15) и на конец выпуска (момент остановки выпуска – достижение минимального бортового содержания в дозе выпуска – рисунок 3.12, 3.14, 3.16). Отображены только те потери, которые относились к руде 3-го слоя, остальные куски ГМ не отображаются. Представлен вид сбоку и вид спереди.

Как видно из рисунков №3.11-3.16, начальное положение кусков руды, формирующих потери слоя, можно описать геометрически, если из секции отбойки вычесть фигуру выпуска. На момент остановки выпуска потери слоя располагаются в углах ромбовидной секции (при её большой ширине), на откосах и на фронтальной стенке. Причём, потери руды на фронтальной стенке особенно ярко выражены у модели №4, где фигура выпуска по высоте оказалась ниже секции отбойки; у моделей №5 и №6 фигура выпуска по высоте совпала с высотой секции отбойки, из-за чего потери на фронтальной стенке оказались значительно ниже. При этом остатки руды на откосах моделей №5 и №6 значительно больше, чем в модели №4.

Для понимания общих закономерностей перемещения кусков руды, оставшихся в пространстве модели, вся секция отбойки по горизонтали была разделена на 5 областей (Рисунок 3.17). Отслеживание перемещения кусков руды, находящихся в этих областях, позволило установить следующее:

1) Куски руды, отнесённые к потерям, из верхней части секции отбойки (область 1) постепенно опускаются вертикально вниз и остаются вблизи фронтальной стенки (граница массива ГП), если не успеют дойти до выпускного отверстия. Данные потери будут извлечены при выпуске последующих слоёв текущей панели.

2) Куски руды, отнесённые к потерям, из области 2 опускаются вниз по траекториям, близким к вертикальным, но остаются на откосах траншеи. Данный вид потерь может быть выпущен при извлечении последующих слоёв текущей панели или при выпуске руды следующего подэтажа.

3) Куски руды, отнесённые к потерям, из средней части модели (область 3) в зависимости от удалённости от потока выпускаемой ГМ, постепенно опускаются вниз на откос, либо остаются на месте. Данные потери почти не извлекаются при выпуске следующих слоёв текущей панели, но могут быть выпущены вместе с запасами нижележащего подэтажа (перепущены на следующий подэтаж).



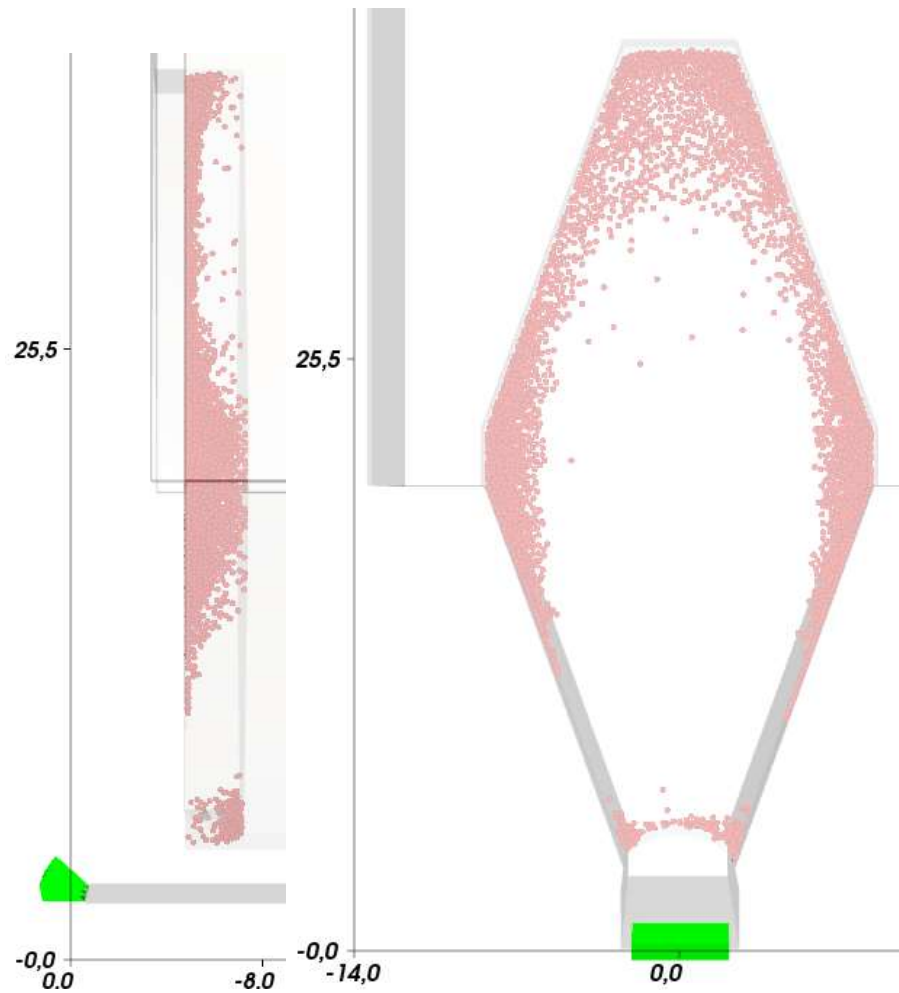


Рисунок 3.13 – Начальное положение кусков руды слоя 3 модели

№5

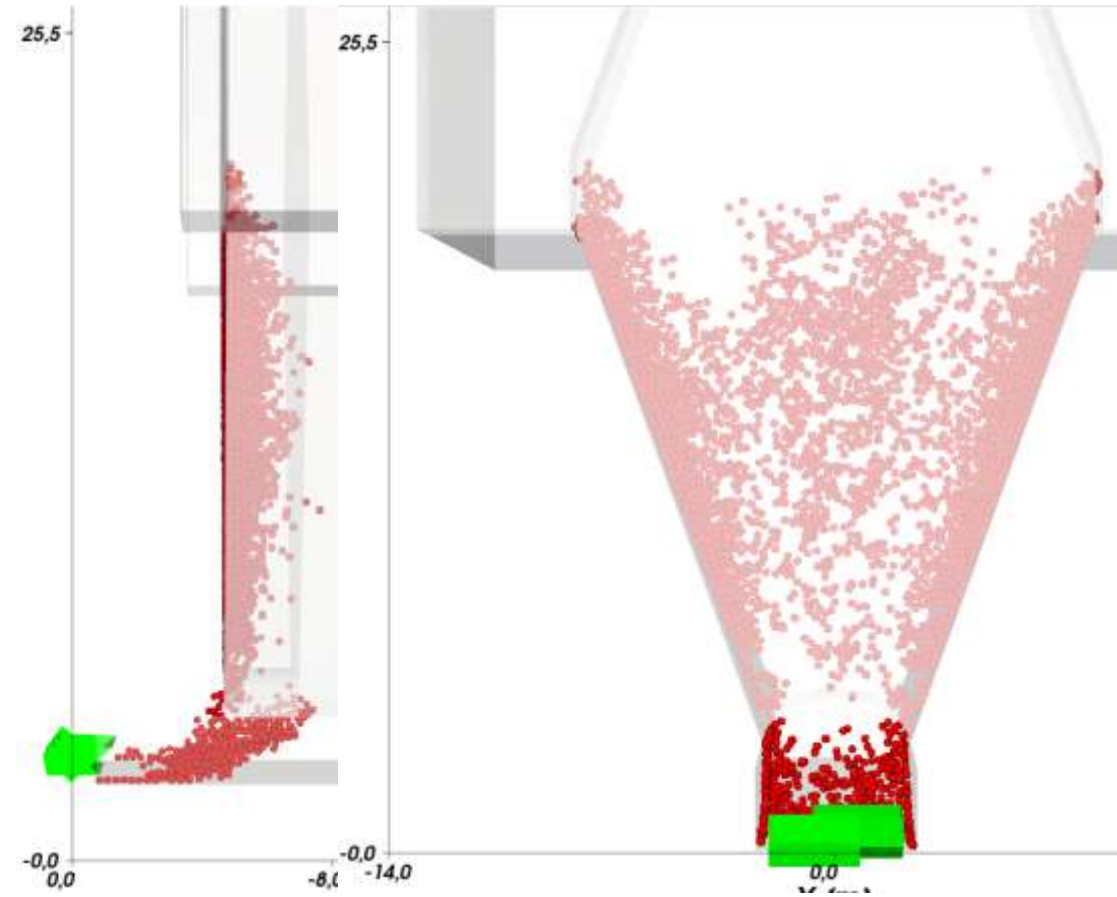


Рисунок 3.14 – Конечное положение кусков руды слоя 3 модели №5

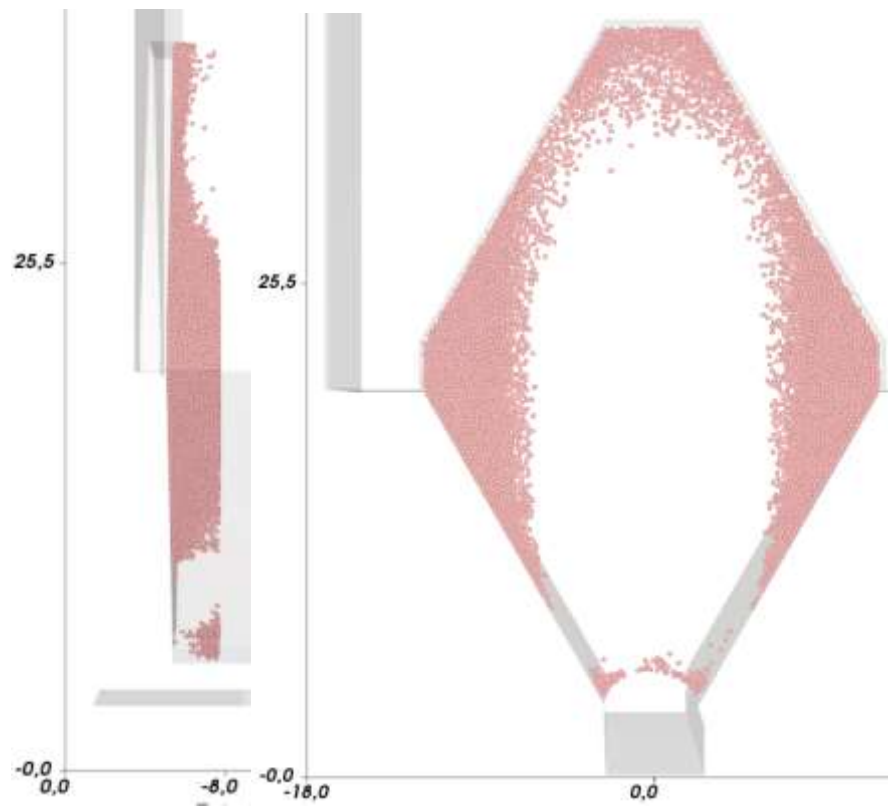


Рисунок 3.15 – Начальное положение кусков руды слоя 3 модели №6

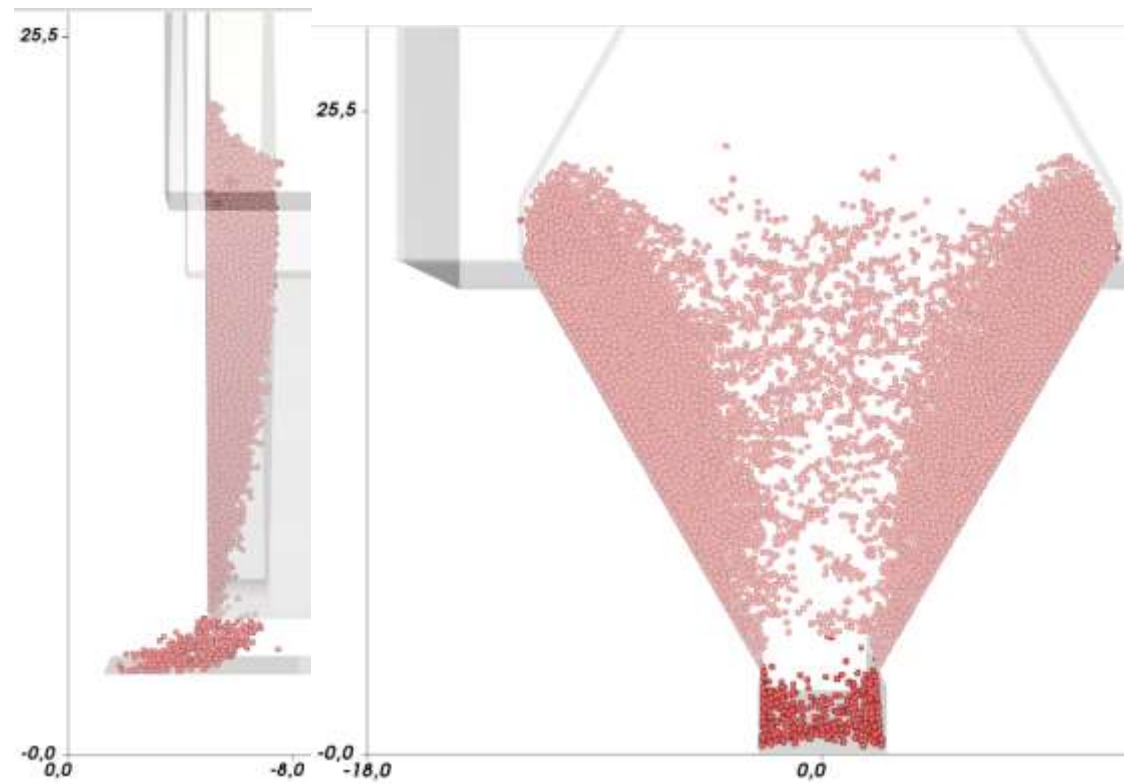


Рисунок 3.16 – Конечное положение кусков руды слоя 3 модели №6

4) Куски руды, отнесённые к потерям, из нижней части модели (область 4), расположенные на откосах, медленно сползают по ним в направлении к выпускному отверстию. Данные потери почти не извлекаются при выпуске следующих слоёв текущей панели, но могут быть извлечены вместе с запасами нижележащего подэтажа.

5) Куски руды, отнесённые к потерям, из самой нижней части модели (область 5), находящиеся непосредственно над выпускной выработкой, как правило, выпускаются полностью, за исключением кусков, которые при отбойке первыми обрушаются в выработку и образуют на её почве так называемую постель, в которой и остаются, т.к. глубина зачерпывания ковша ПДМ не позволяет извлечь их. Эти потери не будут извлечены при выпуске последующих слоёв текущей панели, но могут быть извлечены при выпуске руды нижележащих подэтажей.

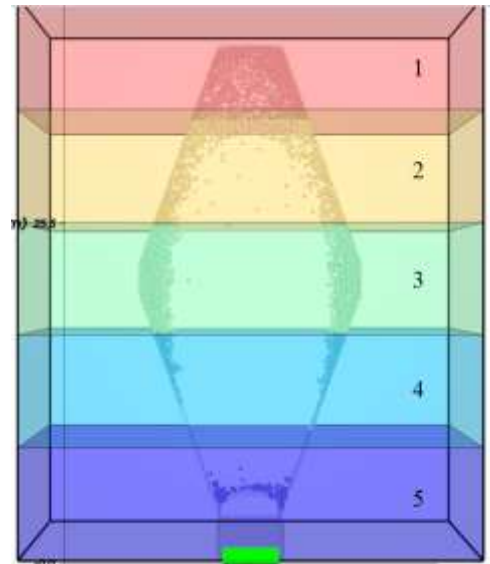


Рисунок 3.17 – Деление модели на условные области для анализа механизма формирования потерь при выпуске слоя

На рисунках 3.18-3.20 представлено изменение положения кусков руды, отнесённых к потерям, через равные промежутки времени от начального положения (до обрушения секции) к конечному (остановка выпуска из-за достижения содержания ПК в дозе выпуска ниже бортового). Цвет кусков соответствует их начальному положению в областях 1-5 (Рисунок 3.17).

Таким образом, на основе результатов моделирования можно сделать следующие выводы:

1) Для достижения наиболее оптимальных показателей извлечения следует выбирать углы откоса секции отбойки таким образом, чтобы её ширина максимально совпала с возможной шириной развития фигуры выпуска. В свою очередь, ширина фигуры выпуска, согласно исследованиям разных авторов, зависит от сыпучих свойств выпускаемой ГМ.

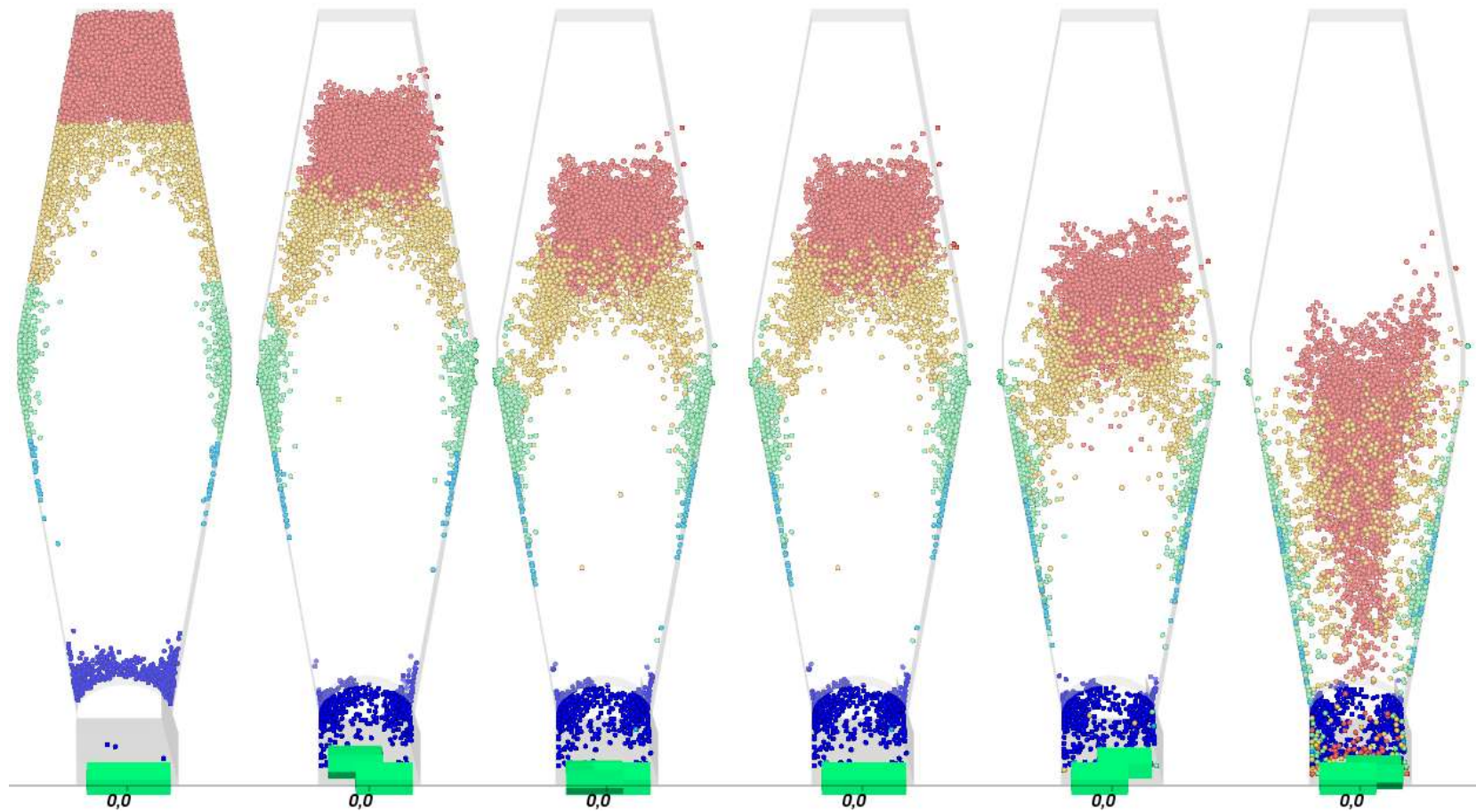


Рисунок 3.18 – Изменение положения кусков руды, отнесённых к потерям секции 3 модели №4 (вид спереди), через равные промежутки времени от начального положения к конечному; цвет кусков соответствует их начальному положению в областях 1-5 (Рисунок 3.17)

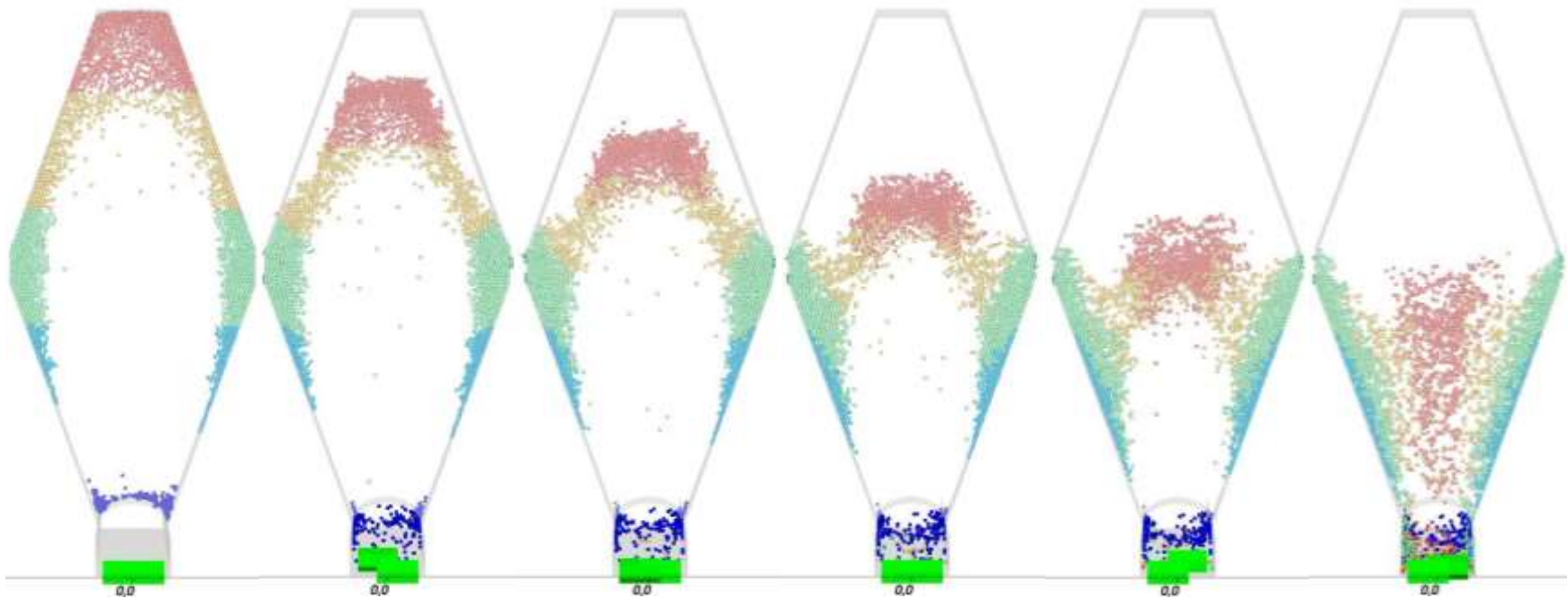


Рисунок 3.19 – Изменение положения кусков руды, отнесённых к потерям секции 3 модели №5 (вид спереди), через равные промежутки времени от начального положения к конечному; цвет кусков соответствует их начальному положению в областях 1-5 (рисунок 3.17)

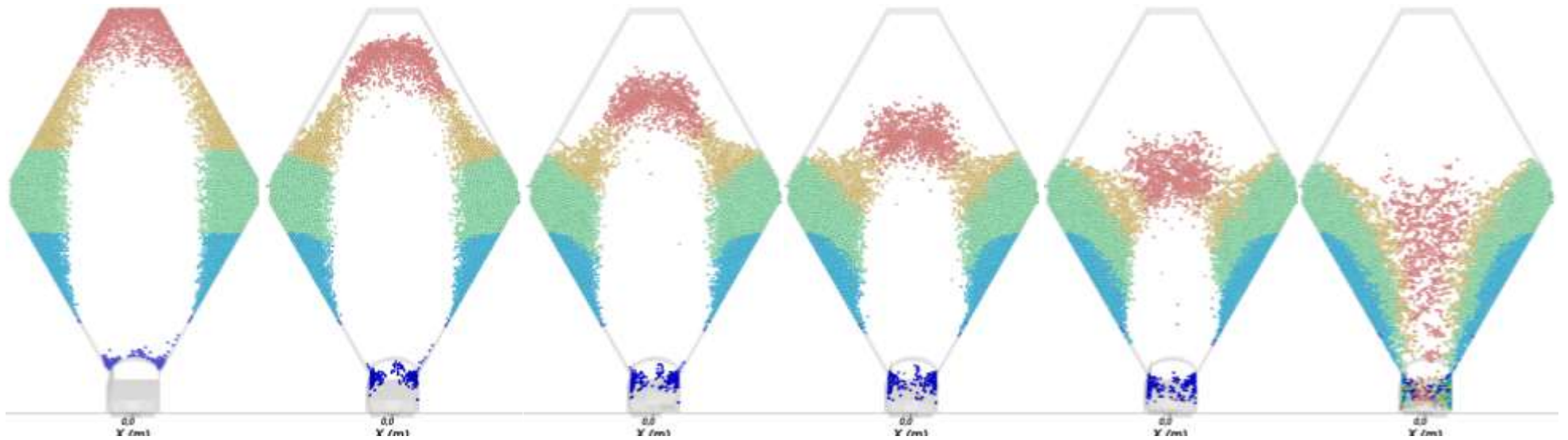


Рисунок 3.20 – Изменение положения кусков руды, отнесённых к потерям секции 3 модели №6 (вид спереди), через равные промежутки времени от начального положения к конечному; цвет кусков соответствует их начальному положению в областях 1-5 (рисунок 3.17)

- 2) разных авторов, зависит от сыпучих свойств выпускаемой ГМ.
- 3) Глубина фигуры выпуска по максимальному измерению также зависит от сыпучих свойств выпускаемой ГМ и слабо зависит от угла откоса. Однако, по результатам моделирования можно предположить, что меньшее развитие фигуры выпуска в ширину приводит к её меньшему развитию и в глубину. Данное свойство можно объяснить следующим образом: фигура выпуска стремится к форме тела вращения, соответственно, её горизонтальное сечение будет стремиться к форме круга или эллипса. В условиях торцевого выпуска эллипс будет усечён фронтальной стенкой. При сохранении соотношения осей эллипса уменьшение его ширины за счёт ограничения со стороны откосов траншеи будет уменьшать глубину фигуры выпуска. Данный факт подтверждается и тем, что фигура выпуска на разных высотах имеет пропорциональное соотношение ширины и глубины, образуя тот самый эллипсоид вращения.
- 4) Чем круче углы откоса траншеи, тем на большую высоту при одинаковом объёме извлечения разовьётся фигура выпуска.
- 5) Потери руды, остающиеся на фронтальной стенке над выпускным отверстием практически полностью извлекаются при выпуске последующих секций в панели при толщине слоя, равной ЛНС.

Однако стоит отметить, что более крутые углы откоса увеличивают объёмы проходки ГПР, и не применимы на участках с высоким горным давлением. Экономическую эффективность того или иного варианта технологии необходимо рассматривать в комплексе с выемкой руды из текущей панели, смежных подэтажей и всего блока в целом (Белгородцев О.В., Наговицын Г.О. Выбор технологии и порядка отработки подземных запасов участка Гакман Юкспорского месторождения. 2021), т.к. на конечные затраты на добычу каждой тонны руды влияет и транспортировка ГМ.

### **3.2.2 Влияние на показатели извлечения угла наклона слоя**

Наклон секции отбойки относительно вертикальной плоскости задаётся для лучшего соответствия геометрии фигуры выпуска. В работе (Леонтьев А.А., Едигарьев В.Г. Особенности комбинированной разработки месторождений в различных горно-геологических и горнотехнических условиях. 2010) рассматривался вариант отработки с обратным углом наклона: веера наклоняли в сторону фронтальной стенки массива ГП. Считалось, что применение такой схемы позволяет при более крупных размерах кусков породы по отношению к кускам руды достигать лучших показателей извлечения, а именно, уменьшенного засорения руды. Однако на практике применение данной технологии вызывает риск обрушения так называемого «козырька» в кровле выработки, отделяющего её от обрушенного массива ГП, что значительно влияет на безопасность ведения ГР, а также может привести к

большим потерям руды. Кроме того, зарядание скважин при таком расположении относительно уже существующего забоя вызывает определённые трудности.

Применение наклона плоскости веера в сторону обрушенного массива, способствует большему совпадению фигуры выпуска с движением ГМ в отбиваемом слое, что в итоге должно привести к меньшему разубоживанию и потерям. С целью изучения влияния угла наклона на поведение ГМ при выпуске на основе модели №4, были созданы варианты с углом наклона секции отбойки  $85^{\circ}$  (модель №7) и  $80^{\circ}$  (модель №8). Большой наклон секций отбойки трудно осуществим при обурировании вееров скважин из-за сложности забуривания, поэтому не рассматривается.



Рисунок 3.21 – Потери руды послойно в моделях №4, №7 и №8; где 1, 2 и 3 на горизонтальной оси – номера слоёв

наклон секции отбойки в сторону обрушенного массива при торцевом выпуске в условиях хибинских месторождений позволяет достичь большего совпадения фигуры выпуска с конфигурацией выпускаемого слоя: уменьшается глубина фигуры выпуска и, как следствие, фронтальное разубоживание; в результате возрастает качество ПК в извлекаемой ГМ при сохранении или уменьшении потерь руды. Причём по результатам проведённого моделирования извлечение руды из секций, расположенных под углом  $85^{\circ}$ , наблюдаются наилучшие показатели потерь и разубоживания.

Моделирование выпуска из моделей с наклонёнными слоями было полностью аналогично методике, применяемой для моделирования выпуска руды из вертикальных секций отбойки. На рисунках 3.21-3.23 представлены показатели извлечения руды из моделей с вертикальным (№4) и наклонным (№7 и №8) расположением секций отбойки.

Показатели извлечения и габариты фигуры выпуска, рассчитанные при извлечении слоя 3 в моделях №4, №7 и №8 представлены в таблице 3.4.

Численным моделированием было установлено, что





Рисунок 3.22 – Разубоживание руды послойно в моделях №4, №7 и №8; где 1, 2 и 3 на горизонтальной оси – номера слоёв

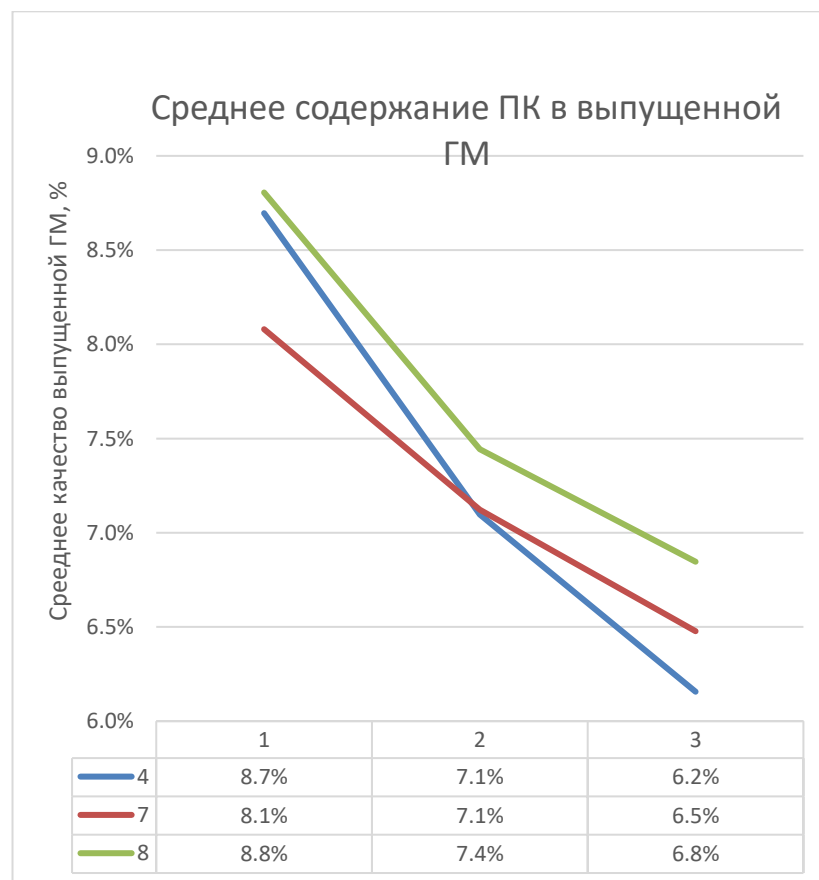


Рисунок 3.23 – Среднее содержание ПК в выпущенной ГМ послойно в моделях №4, №7 и №8; где 1, 2 и 3 на горизонтальной оси – номера слоёв

Таблица 3.4 – Габариты фигур выпуска и основные показатели извлечения

Модель	Угол наклона секции, град.	Ширина фигуры, м	Высота фигуры, м	Глубина фигуры, м	Объём ГМ в фигуре (без разрыхления), м <sup>3</sup>	Потери по мо-дели, %	Потери по текущему слою, %	Разубоживание, %	Среднее содержание ПК в выпущенной ГМ, %
№ 4	90,0	13,4	38,9	10,2	1515,0	11,0	10,0	66,5	6,2
№ 7	85,0	13,6	39,9	9,7	1535,0	7,3	5,0	64,1	6,5
№ 8	80,0	13,3	37,9	9,4	1347,0	12,6	7,9	61,3	6,8

На рисунках 3.24-3.26 представлено сравнение фигур выпуска и положения объёмов потерь по слою 3 для моделей №4, №7, №8.

### Выводы по главе 3

- 1) Результатами исследований подтверждено, что на показатели извлечения значительное влияние оказывают углы откоса траншеи и наклона секции.
- 2) При углах откоса 80<sup>0</sup> наблюдались наименьшие потери руды (с учётом доизвлечения её при выемке последующих секций в панели) и наименьшее разубоживание. Однако использование таких углов потребует повышенных расходов на проведение ГПР.
- 3) Для повышения показателей извлечения в рамках одной панели следует подбирать такие углы откоса траншеи, чтобы ширина секции отбойки максимально соответствовала ширине фигуры выпуска при её развитии на полную высоту.
- 4) Угол наклона секции с точки зрения оптимизации показателей извлечения следует принимать равным 85<sup>0</sup> в сторону обрушаемого массива для более точного совпадения фигуры выпуска и геометрии секции отбойки.

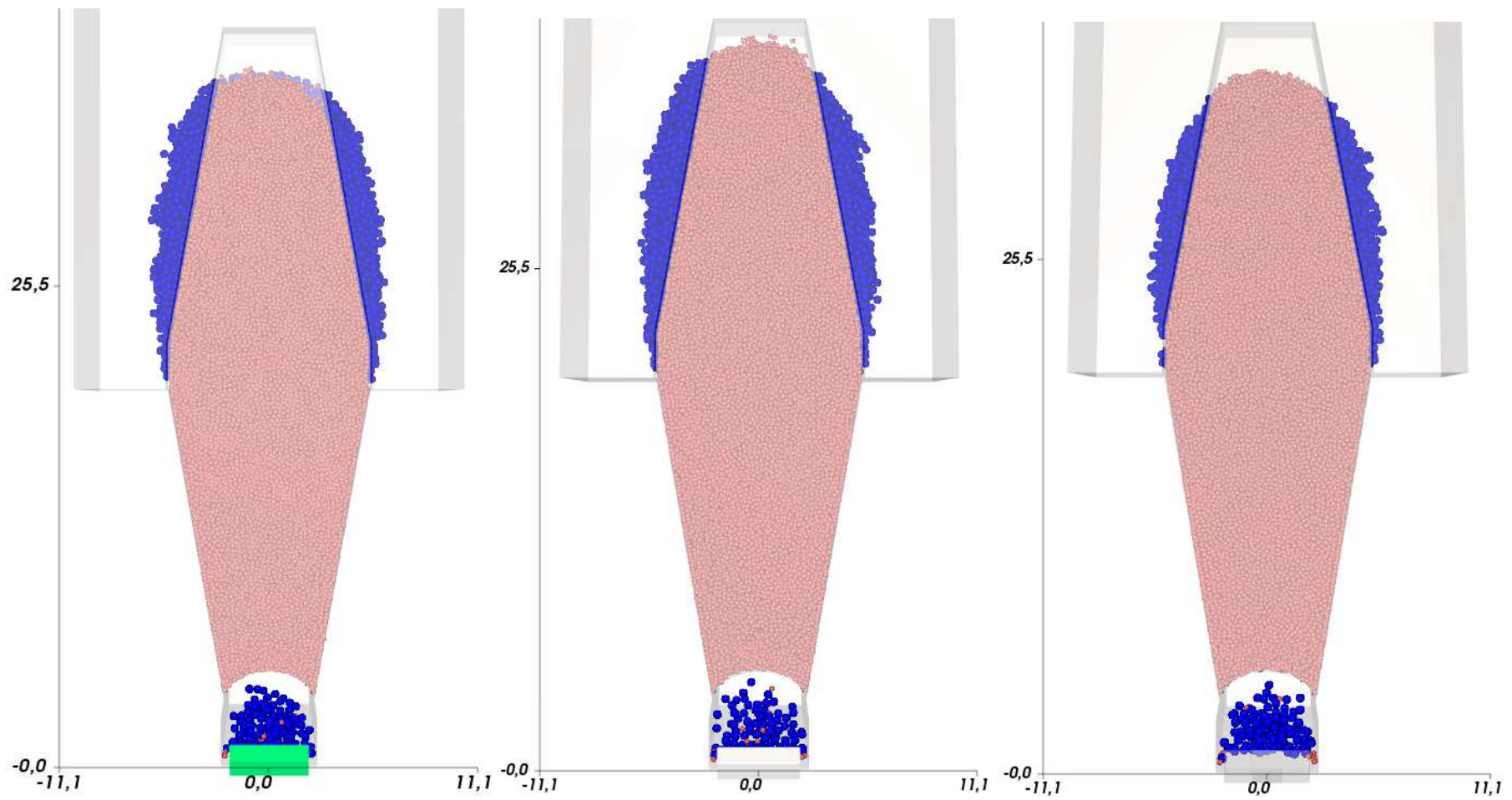


Рисунок 3.24 – Вид спереди на фигуры выпуска слоя 3 моделей №4, №7, №8 (слева направо); красные фрагменты – модель руды, синие – породы

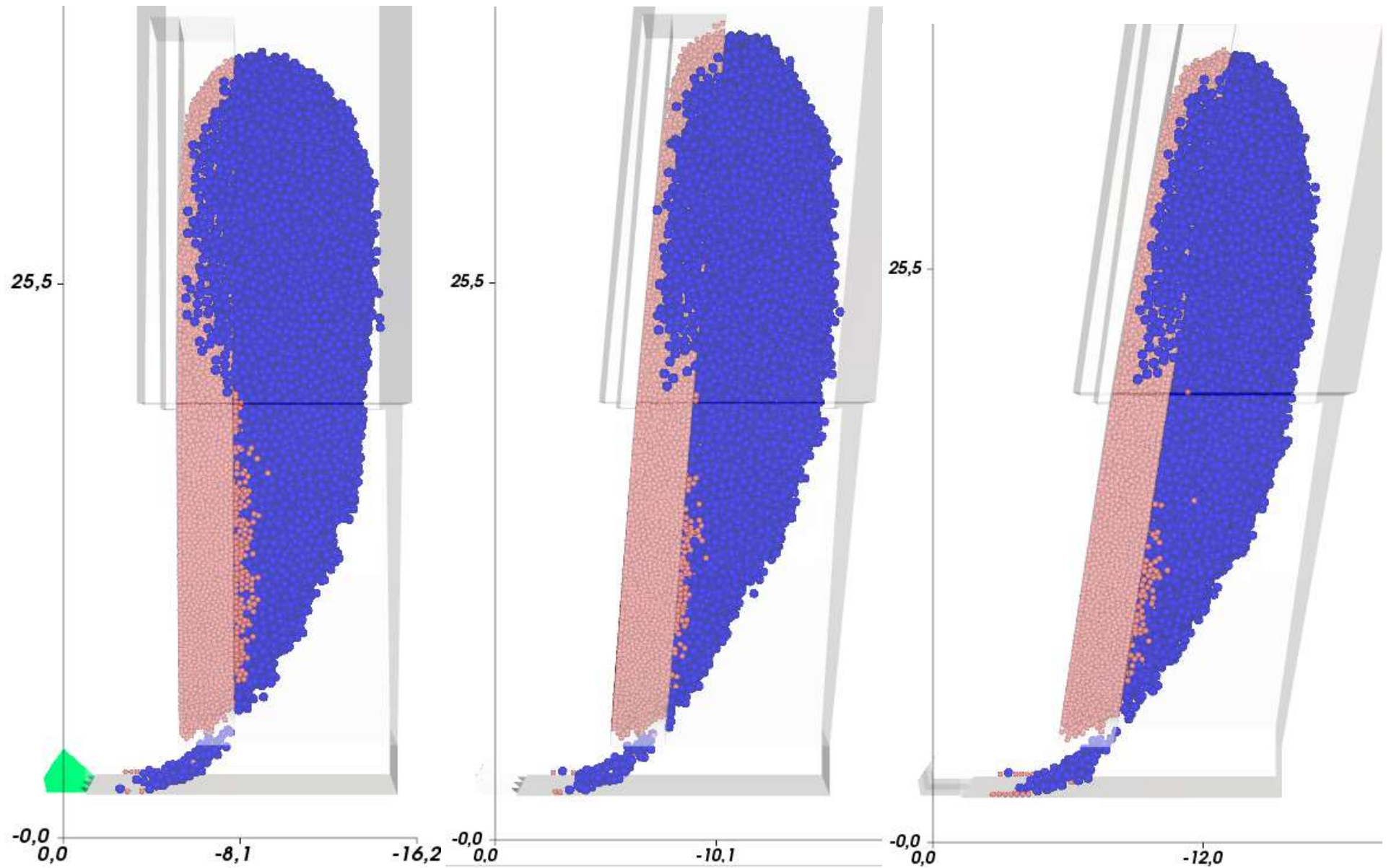


Рисунок 3.25 – Вид сбоку на фигуры выпуска слоя 3 моделей №4, №7, №8 (слева направо); красные фрагменты – модель руды, синие – породы

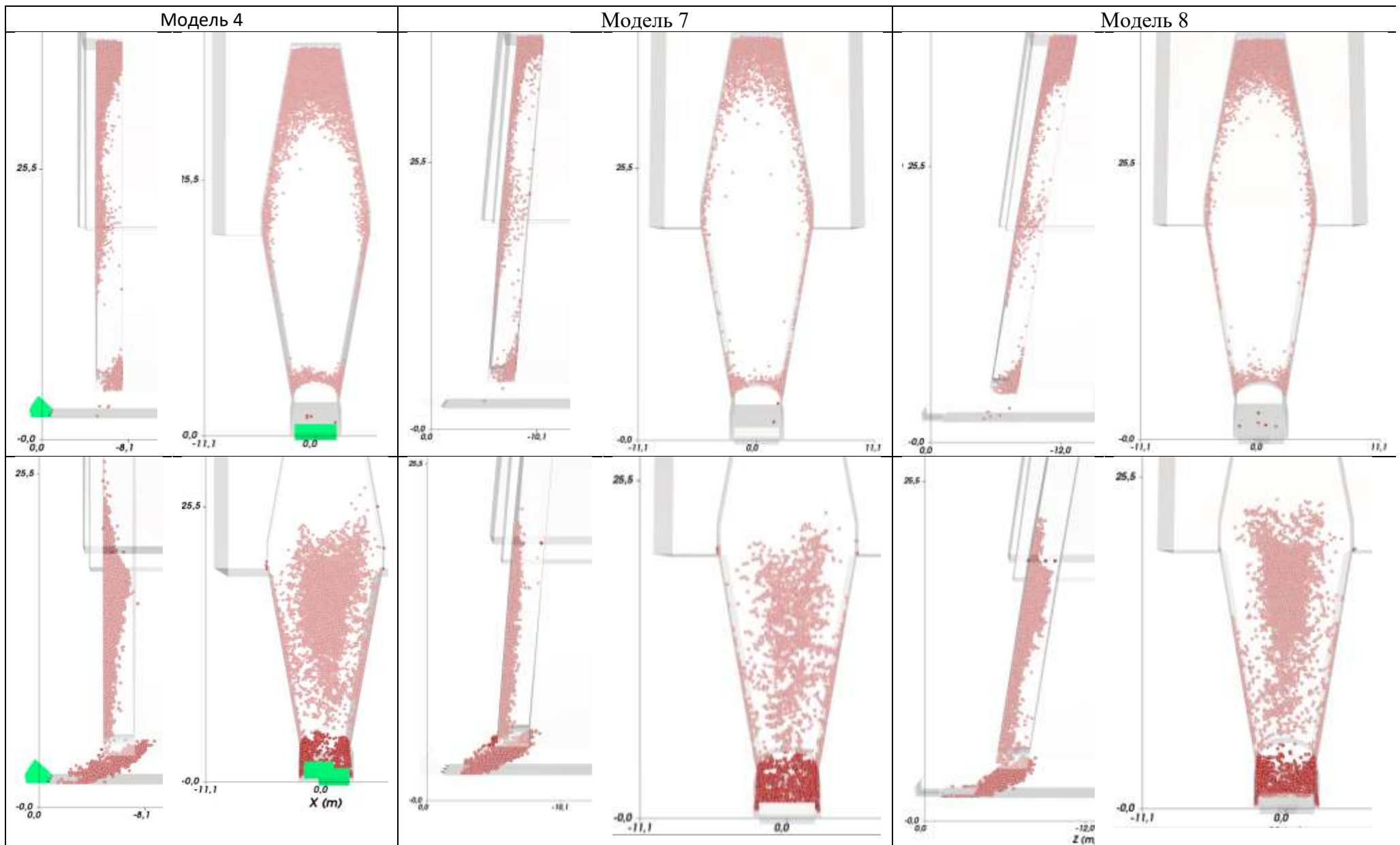


Рисунок 3.26 – Расположение моделей кусков руды, отнесённых к потерям (только слой 3) моделях №4, №7, №8 на видах спереди и сбоку; сверху – начальное положение, снизу – на момент остановки выпуска

## 4 Исследование механизма формирования потерь и разубоживания руды для условий подэтажной отбойки и торцевого выпуска

Для исследования механизма формирования потерь и разубоживания руды использовалась технологическая схема, применяемая на хибинских апатитовых рудниках. И если в главе 3 исследовались общие закономерности движения ГМ в границах отдельных секций, то задачей приведённых ниже исследований было воспроизведение с максимально возможной детальностью условий выпуска руды из технологической конструкции, сформированной набором секций и выпускных отверстий, расположенных на разных подэтажах.

### 4.1 Формирование модели

Для оценки возможности применения результатов моделирования для решения технологических задач были использованы материалы «Инструкции по учёту состояния и движения запасов, определению, планированию и нормированию количественных и качественных потерь апатит-нефелиновых руд на рудниках АО «Апатит» (далее – Инструкция) (Инструкция по учёту состояния и движения запасов, определению, планированию и нормированию количественных и качественных потерь апатит-нефелиновых руд на рудниках АО «Апатит». 2023).

Инструкция содержит в себе методики расчёта показателей извлечения для открытых и подземных горных работ. Один из разделов включает в себя методику нормирования эксплуатационных потерь отбиваемой руды. В методике на основании геометрических построений даны формулы (4.1-4.5) расчёта потерь полезного компонента. Сформулировано (Инструкция... 2023. С. 94), что суммарные потери руды  $V_{\Pi}$  при торцевом выпуске формируются в гребнях хребтов между выработками выпуска  $V_{XP}$  ( $A_1D_1P_1B_1$  и  $A_2D_2P_2B_2$ ), а также в гребне с фронтальной стороны  $V_{ГР}$  буродоставочной выработки (SNMO) (Рисунок 4.1):

$$\Pi = \frac{V_{\Pi}}{V_{сл}} = \frac{V_{XP} + V_{ГР}}{V_{сл}} = \frac{M_{XP} + M_{ГР}}{M_{сл}} \cdot 100, \% \quad (4.1)$$

где  $V_{сл}$  – объём выпускаемого слоя руды,  $m^3$ .

Объём и масса потерь находится по формулам:

$$V_{XP} = \frac{T_p}{4} (m - b)^2 \cdot (tg\theta - tg\beta_{xp}) \cdot \frac{tg\beta_{xp}}{tg\theta}, m^3, \quad (4.2)$$

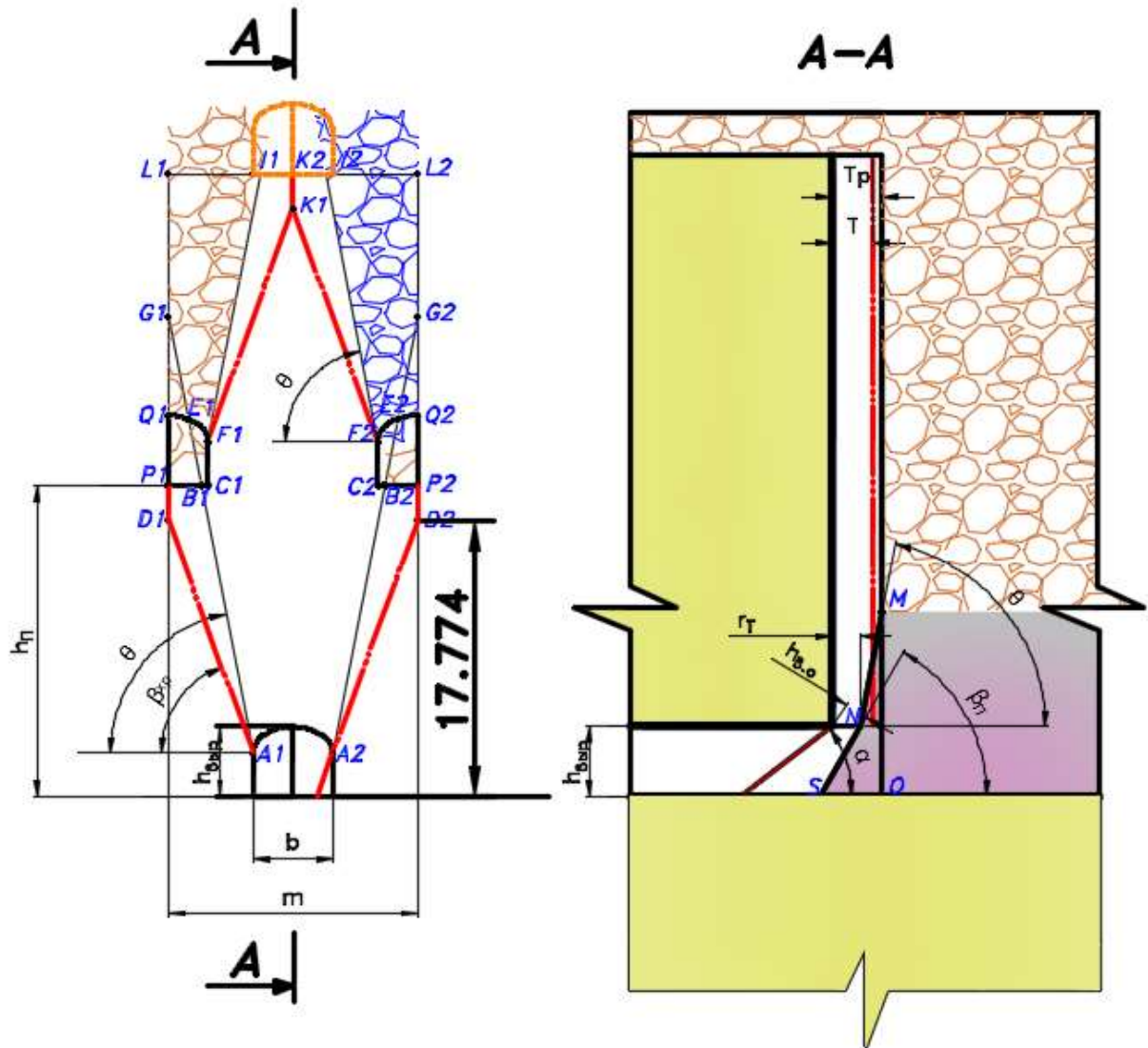


Рисунок 4.1 – Схема к расчёту потерь и разубоживания при торцевом выпуске руды

$$M_{\text{ХР}} = \frac{V_{\text{ХР}} \cdot \gamma_p}{k_{\text{р.у.}}}, \text{ Т}, \quad (4.3)$$

$$V_{\text{ГР}} = b \left[ \frac{(T_p - r_t)^2 \cdot \text{ctg}(90^\circ - \theta)}{2} + (T_p - r_t) \cdot h_{\text{выр}} + h_{\text{выр}}^2 \cdot \frac{\text{tg}(90^\circ - \beta_{\text{п}})}{2} \right], \text{ м}^3, \quad (4.4)$$

$$M_{\text{ГР}} = \frac{V_{\text{ГР}} \cdot \gamma_p}{k_{\text{р.у.}}}, \text{ Т} \quad (4.5)$$

где  $m$  – ширина отбиваемого слоя (расстояние между буродоставочными выработками), м;

$b$  – ширина выпускной буродоставочной выработки;

$\gamma_p$  – объёмный вес руды, т;

$K_{py}$  – коэффициент разрыхления руды при отбойке на зажимающую (уплотнённую) среду.

Толщина отбиваемого слоя руды (4.6):

$$T_p = 0,9 \cdot \frac{(T \cdot K_{py})}{\sin(\gamma)}, \text{ м} \quad (4.6)$$

где  $T$  – толщина отбиваемого веера скважин (Л.Н.С.), м;

$\gamma$  – угол отбойки веера скважин к горизотали, град.

Угол откоса рудных гребней в хребтах между буродоставочными выработками и с фронтальной стороны выпускной выработки (4.7):

$$\theta = 45^0 + \frac{\alpha}{2}, \text{ град} \quad (4.7)$$

где  $\alpha$  – угол образующейся воронки выпуска.

$h_{пэ}$  – расстояние между подэтажами в блоке (высота подэтажа), м;

$r_T$  – радиус зоны истечения руды на уровне кровли выпускной выработки (4.8), м:

$$r_T = \frac{h_{bo}}{\sin \beta_{п}}, \text{ м} \quad (4.8)$$

где  $\beta_{п}$  – угол откоса рудной постели, град;

Высота выпускного отверстия в торце буродоставочной выработки (4.9):

$$h_{bo} = L_k \cdot \sin \alpha_{от}, \text{ м} \quad (4.9)$$

где  $L_k$  – глубина внедрения ковша погрузочно-доставочной машины в навал рудной массы (4.10), м:

$$L_k = K_H \cdot \sqrt[3]{V_K}, \text{ м} \quad (4.10)$$

где  $K_H$  – коэффициент наполнения ковша ПДМ (в расчётах  $K_H=1,0$ );

$V_K$  – вместимость грузонесущего ковша ПДМ, м<sup>3</sup>;

$\alpha_{от}$  – угол естественного откоса рудной массы (в расчётах  $\alpha_{от}=37^0$ ), град.



Высота гребней в хребтах между буродоставочными выработками (4.11):

$$h_{xp} \cong (m - b \cdot 0,6) \cdot \frac{tg\beta_{xp}}{2}, \text{ м}, \quad (4.11)$$

Высота гребня с фронтальной стороны буродоставочной выработки (4.12):

$$h_{гр} = h_{в} + [(T_p - r_T) \cdot ctg(90^\circ - \theta)], \text{ м} \quad (4.12)$$

Объём и масса выпускаемого слоя руды (4.13):

$$V_{сл} = T_p \left[ \frac{(m+b)}{2} \cdot (h_{пэ} - h_{выр}) + (m - b) \cdot h_{выр} + \frac{(m-b)^2}{4} \cdot tg\beta_{xp} \right], \text{ м}^3, \quad (4.13)$$

$$M_{сл} = \frac{V_{сл} \cdot \gamma_p}{K_{р.у.}}, \quad (4.14)$$

где  $h_{выр}$  – высота буродоставочной выработки, м.

Нормативный коэффициент потерь отбитой руды при её выпуске устанавливаются с учётом наличия количества контактов обрушаемой секции с покрывающими породами и соседними секциями.

$$K_0^H = \Pi \cdot K_c, \% \quad (4.15)$$

где  $K_c$  – коэффициент, учитывающий влияние на показатели извлечения числа контактов отбиваемого слоя в буродоставочной выработке (панели) на момент выпуска руды с соседними слоями в сопрягающихся с ней другими буродоставочными выработками (панелями) на всех подэтажа блока.

Величина коэффициента влияния количества контактов определяется по формуле (4.16):

$$K_c = \left( 1 - \frac{h'}{\xi} \right), \text{ дол. ед.}, \quad (4.16)$$

где  $h'$  – количество контактов обрушаемой секции с соседней;

$\xi$  – параметр, определяемый по таблице 4.1.

Таблица 4.1 – Значение параметра  $\xi$  при различном числе контактов секции

Количество контактов обрушаемой секции с соседними, $h'$	0	1	2	3
$\xi$	9.01	8.56	7.33	6.24

Количество потерянной отбитой руды по всей длине обрабатываемой панели (4.17):

$$P_{\text{Бд}} = \frac{(L_{\text{п}} \cdot M_{\text{сл}})}{100} \cdot K_0^{\text{н}}, \text{ т} \quad (4.17)$$

где  $L_{\text{п}}$  – длина обрушаемой панели, м;

$\gamma_p$  – объемная плотность руды, т/м<sup>3</sup>.

Переменные, используемые в формулах 4.1-4.17, представляют собой известные параметры, в т.ч. значения, выявленные экспериментально. Однако, значения переменных угла образующей воронки выпуска ( $\alpha$ ), угла откоса рудной постели ( $\beta_{\text{п}}$ ) и коэффициента ( $K_C$ ), учитывающего количества контактов, определялись экспертно.

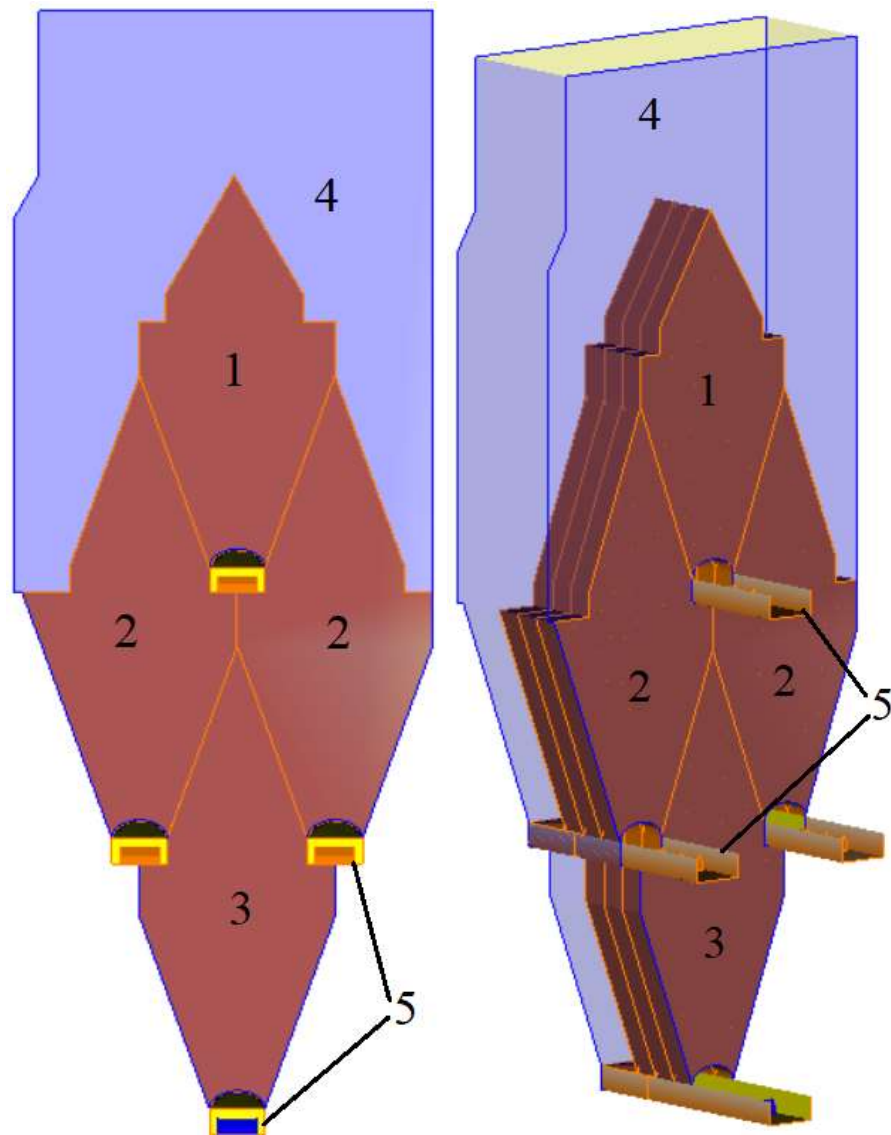
Поэтому задачей моделирования было нахождение их значений. Для этого была создана численная модель фрагмента очистного блока. В качестве исходных данных для него были взяты наиболее распространённые параметры конструктивных элементов, применяемые на подземных рудниках АО «Апатит».

#### **Модель №9 фрагмента очистного блока**

Модель №9 представляет собой 4 панели, расположенные на трёх подэтажах. Каждая панель содержит 3 секции отбойки (слоя), за которыми расположен слой ГМ, имитирующий кусковой материал ранее отработанных секций отбойки. Модели секций отбойки верхнего подэтажа сверху и вокруг граничат с кусковым материалом, моделирующим ГМ. Основные параметры модели №9 представлены в таблице 4.2. Общий вид модели представлен на рис. 4.2. Характеристики ГМ и параметры модели приняты согласно результатам, полученным в главе 2.

Численное моделирование включало в себя следующие стадии:

1) Заполнение первого подэтажа модели материалом, моделирующим ГМ. Руда и порода засыпались в области, разделённые между собой перемычками, препятствующими взаимопроникновению материала до начала моделирования процесса выпуска. Выпускная выработка также была отделена от ГМ.



1, 2, 3 – секции отбойки 1, 2 и 3 подэтажа соответственно; 4 – вмещающие породы; 5 – выпускные выработки

Рисунок 4.2 – Модель №9 – фронтальный вид (слева) и изометрический вид (справа)

Таблица 4.2 – Параметры модели №9

Наименование	Значение
Угол откоса траншеи, град.	70,0
Толщина отбиваемого слоя руды, м	2,8
Высота подэтажа, м	25,0
Расстояние между осями выпускных выработок, м	16,0
Ширина выработок, м	5,1
Содержание ПК в руде, %	15,0
Содержание ПК в породе, %	1,7
Доза выпуска, м <sup>3</sup>	100,0
Плотность породы, кг/м <sup>3</sup>	2 950,0
Плотность руды, кг/м <sup>3</sup>	2 850,0

2) Снятие перегородки, отделяющей ГМ от выработки, что инициировало процесс движения ГМ.

3) В момент прекращения перемещения кусков ГМ снятие перегородки, отделяющей материал первой секции отбойки от граничащих с ней областей, включая пространство выработки. За счёт того, что руда в секции отбойки смоделирована с первоначальным уплотнением, обеспечивалось геометрическое и физическое подобие процесса выпуска ГМ.

4) Выемка моделировалась поступательным повторяющимся движением модели ковша ПДМ до внедрения его в навал ГМ на глубину 2-2,5 м (в зависимости от угла откоса навала), его поворот, обратное движение за границы области моделирования. Скорости движения, внедрения, поворота были подобраны таким образом, чтобы действие ковша оказывало влияние только на куски ГМ, находящиеся в навале, и не распространялось вглубь обрушенного массива. Длительность цикла извлечения была установлена согласно результатам исследований, приведённых в главе 2.

5) По окончании моделирования выпуска первого слоя составлялась планограмма, где определялся номер дозы выпуска и момент времени моделирования, когда содержание полезного компонента опустилось ниже 7% качества в дозе выпуска. На этот момент времени фиксировалось состояние модели (положение фрагментов ГМ)

6) Модель следующего слоя заполнялась фрагментами ГМ, имитирующей руду, производилась донастройка модели для выпуска.

7) Шаги 3-5 повторялись, после чего аналогично шагу 6 производилась подготовка выпуска 3 слоя панели и повторялись шаги 3-5.

8) По окончании выпуска всех секций отбойки первого подэтажа производилась подготовка выпуска второго подэтажа: пространства модели заполнялись сыпучим материалом, имитирующим руду и породу, после чего убирались перемычки, отделяющие первый подэтаж от второго, и производился дальнейший выпуск согласно описанным шагам 3-7.

9) Выпуск сыпучего материала из выработки третьего подэтажа производился аналогичным образом.

Изолирование областей друг от друга – следствие того, что на момент отбойки какого-либо слоя следующие секции отбойки и нижележащие подэтажи представляют собой неотбитый массив ГП, формирующий стенки для текущей секции отбойки. После выпуска пространство за стенками заполнялось сыпучим материалом, моделирующим тот или иной вид ГМ, и перегородки снимались, имитируя отбойку массива ГП до границы следующего конструктивного элемента.

## 4.2 Определение углов образующей потока

В Инструкции для определения показателей потерь используется подход, основанный на геометрическом представлении возможной формы фигуры выпуска, в котором фигура выпуска представляется в виде набора геометрических фигур, которые не являются телами вращения и имеют прямолинейные стенки (вопреки принятой в теории выпуска руды эллипсоидовидной форме фигуры). Однако общие положения теории выдерживаются: принято, что стенки фигуры выпуска в области откосов траншеи отклоняются от них на некоторую величину, что формирует потери в гребнях хребтов между выработками. Поскольку значение величины отклонения в производственных условиях не поддаётся прямому измерению, традиционно на предприятии оно рассчитывается через угол воронки выпуска, который возможно измерить. Численная модель предоставляет возможность измерить как угол воронки выпуска  $\alpha$ , так и непосредственно угол образующей фигуры выпуска  $\theta$  и установить корректность формулы 4.7. Значение угла  $\theta$  используется для вычисления объёмов потерь в гребнях на подошве выработки и на откосах траншеи.

Кроме того, на показатели потерь в гребнях, оставляемых на уровне почвы выработки, влияет величина угла рудной постели  $\beta_{\text{п}}$  (Рисунок 4.1), которая не поддаётся прямым измерениям как в производственных условиях, так и на физических моделях выпуска.

Для вычисления данных углов после расчёта в модели №9 были сформированы фигуры выпуска на момент достижения качества в дозе выпуска ниже установленного (7%). Исследовались фигуры выпуска только для слоя 3 модели, как и в моделях, описываемых в разделе 3.2.

Для модели №9 было рассмотрено два варианта последовательности выпуска, которые более подробно будут рассмотрены в разделе 4.3: последовательное извлечение модели ГМ из выработок второго подэтажа и одновременное. В дальнейшем будем называть их модель №9.1 и №9.2 соответственно. Результаты измерений представлены для варианта с одновременным выпуском на примере слоёв №3 панелей второго подэтажа. Углы  $\theta$  и  $\alpha$  в обоих вариантах модели №9 на всех трёх подэтажах не изменялись.

Вид спереди на фрагмент модели №9.2 представлен на рисунке 4.3. Фигуры выпуска слоя 3 подэтажа 2 модели № 9.2 – на рисунке 4.4. Углы образующих – на рисунке 4.5. Для сравнения на рисунке 4.6 представлена аналогичная ситуация из другой модели, в которой углы откоса траншеи были равны  $65^{\circ}$  и  $70^{\circ}$ .

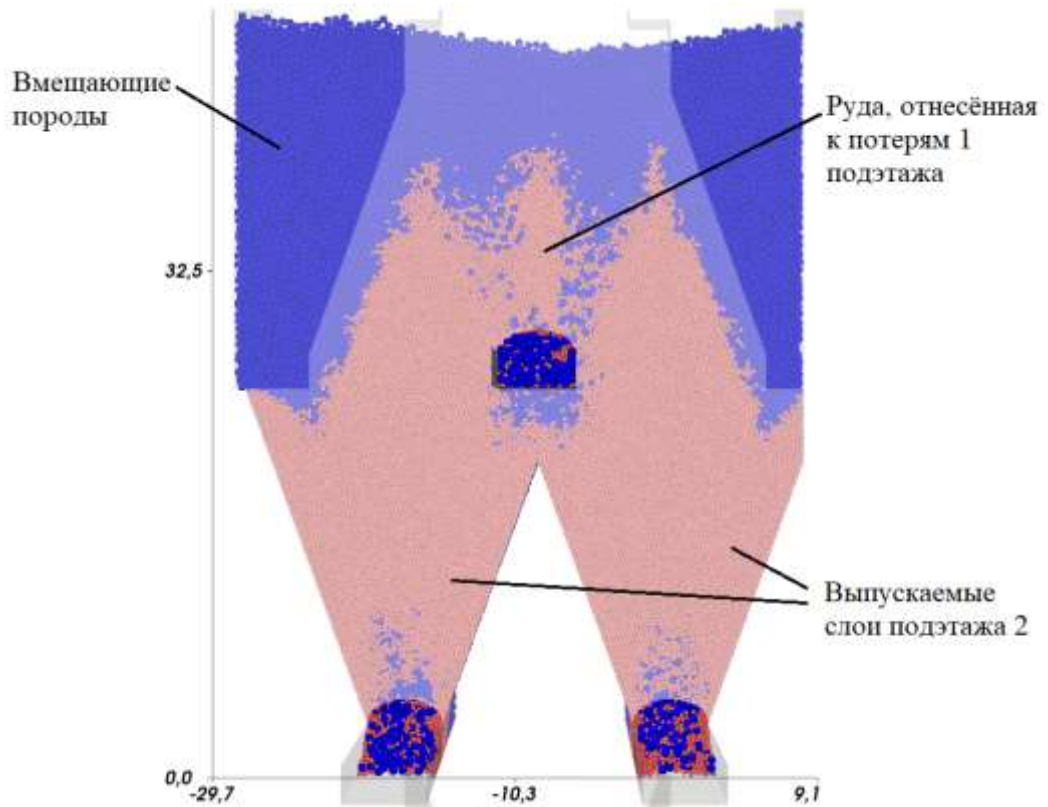


Рисунок 4.3 – Фрагмент модели №9.2 (после выпуска дозы 21 (табл. 4.3)), вид спереди; красным цветом представлена модель руды, синим – породы

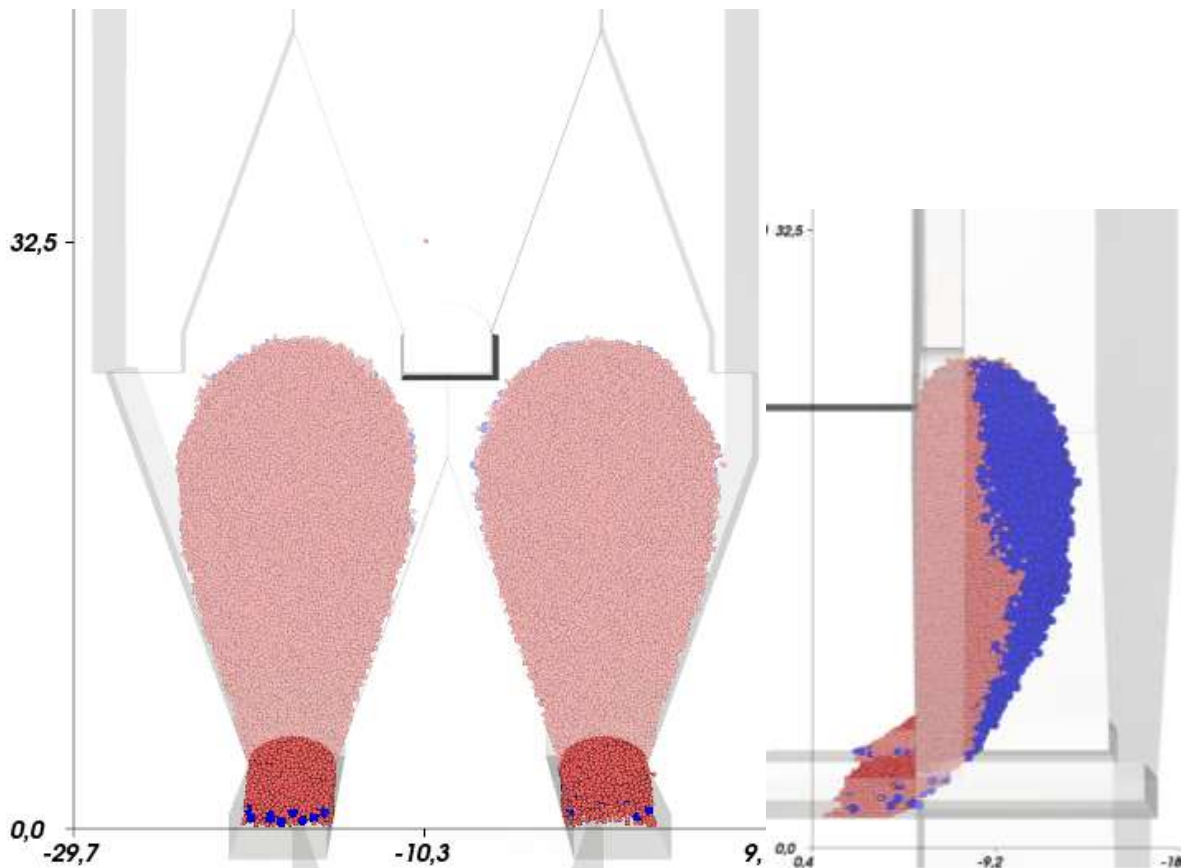


Рисунок 4.4 – Фигуры выпуска слоя 3 подэтажа 2 модели №9.2 (после выпуска дозы 21 (таблица 4.3)), вид спереди (слева) и вид сбоку (справа); красным цветом представлена модель руды, синим – породы

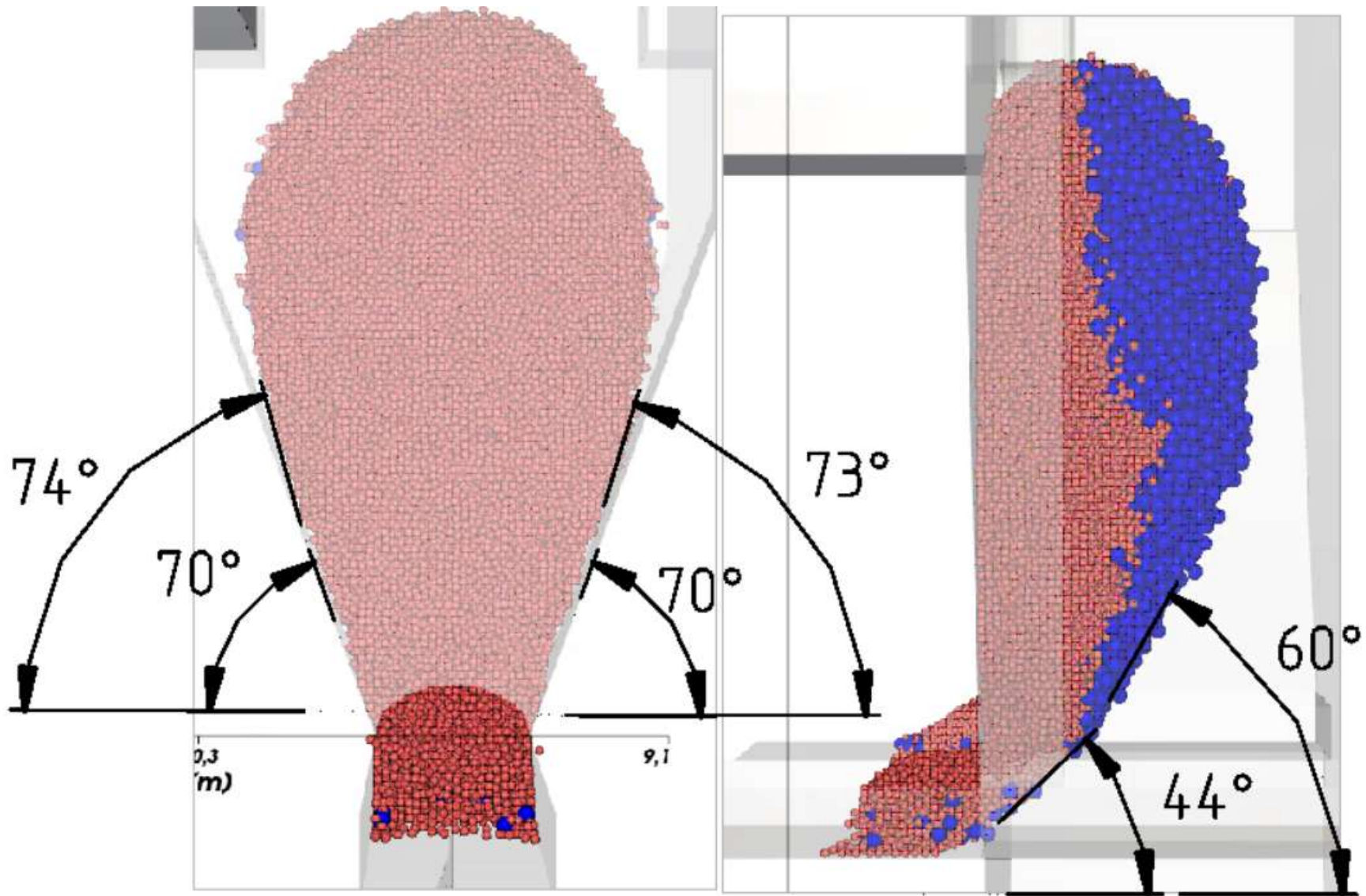


Рисунок 4.5 – Измерение углов, образующих фигуры выпуска слоя 3 подэтажа 2 модели №9.2 на момент остановки выпуска, вид спереди (слева) и вид сбоку (справа); красным цветом представлена модель руды, синим – породы

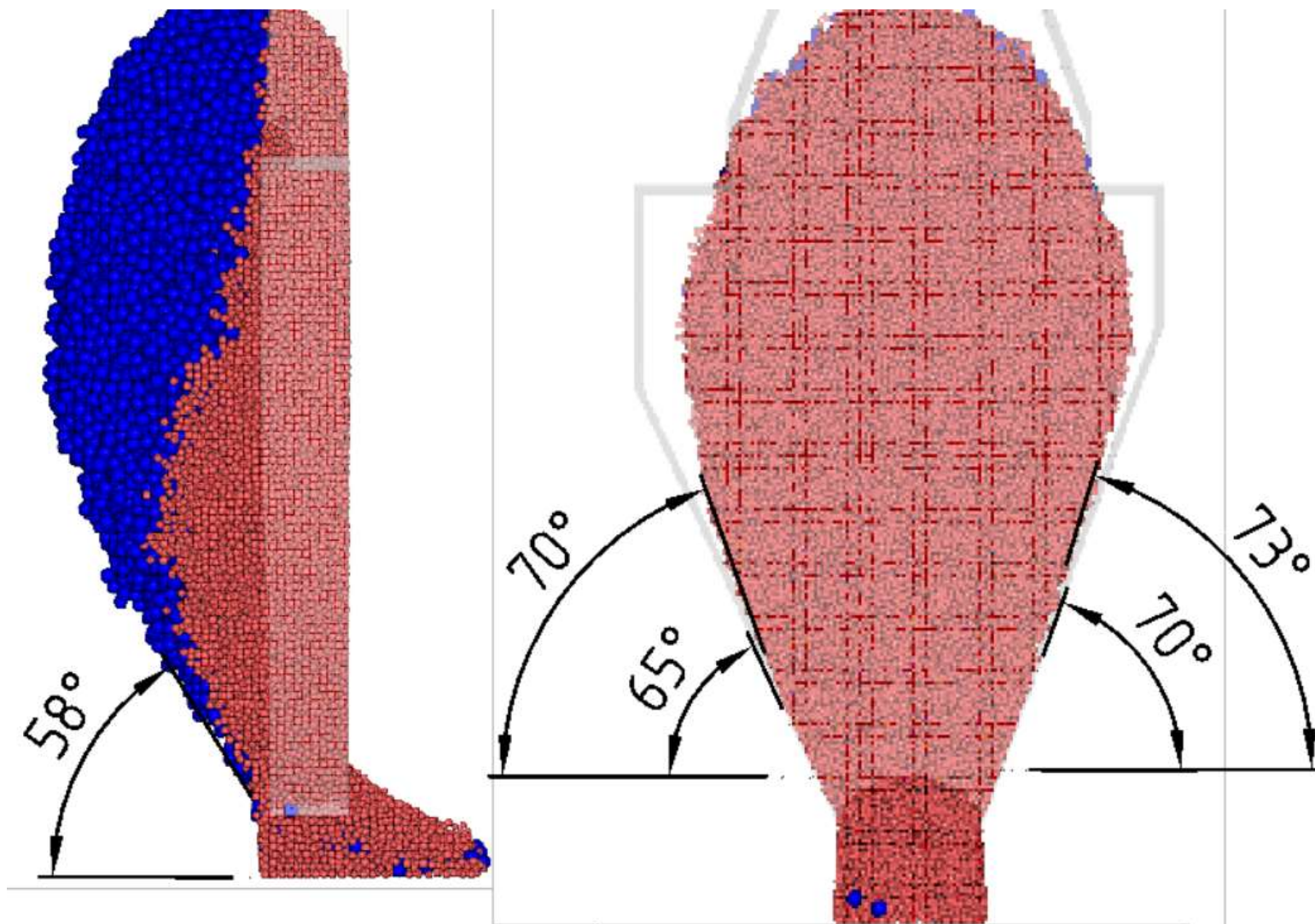


Рисунок 4.6 – Измерение углов, образующих фигуры выпуска слоя 3 подэтажа 2 модели, аналогичной модели №9.2, после извлечения количества ГМ, соответствующего фигуре выпуска на рисунке 4.4; вид сбоку (слева) и вид спереди (справа); красным цветом представлена модель руды, синим – породы



Результаты измерений углов, образующих на трёх подэтажах моделей №9.1 и №9.1 представлены в таблице 4.3.

Таблица 4.3. Результаты измерения углов образующих фигуру выпуска

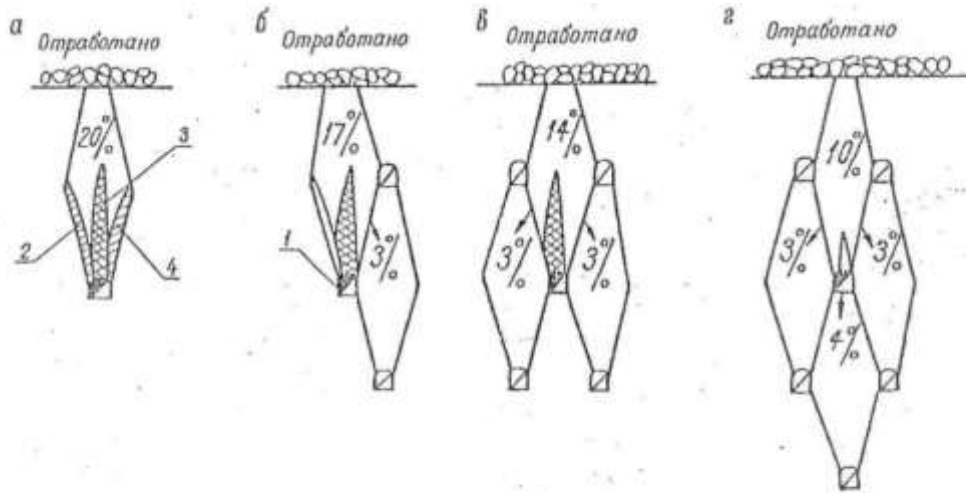
Угол	Диапазон значений	Среднее
$\theta$	71,5-74,0	73,0
$\alpha$	50,0-62,0	56,0
$\beta_{\text{п}}$	58,0-62,0	60,0

Таким образом, численным моделированием была подтверждена формула 4.7. Кроме того из рисунков 4.4 – 4.6, а также рисунков 3.5-3.10 видно, что для более точного описания фигуры выпуска необходимо использовать уравнения, описывающие кривые, а не прямые линии и их пространственное положение относительно конструктивных элементов.

### 4.3 Определение объёмов потерь, перепускаемых на нижние подэтажи

Потери, определяемые в рамках экспериментов, проведённых в главе 3, а также описанных в разделах 4.1-4.2 носят локальный характер, т.к. часть из них доизвлекается при выпуске нижележащих подэтажей. Необходимо определить объёмы руды, отнесённой к потерям верхнего подэтажа и доизвлекаемые при выемке запасов нижележащих подэтажей. Типовая схема мест формирования потерь и метода их определения для системы разработки с подэтажным обрушением и торцевым выпуском руды для хибинских месторождений апатит-нефелиновой руды по состоянию на 1992 г. представлена на рисунке 4.7 (Инструкция по учёту состояния и движения запасов, определению, планированию и нормированию количественных и качественных потерь апатито-нефелиновых руд на рудниках производственного объединения «Апатит» им. С.М. Кирова. 1992). Одной из задач, стоящих при разработке методики для Инструкции являлось уточнить представленную схему, используя численную модель. Для этого на моделях №9.1-9.2 производился следующий эксперимент:

- 1) После выпуска руды из панели 1 подэтажа до показателя качества 7% в каждом слое фиксировалась масса руды, отнесённой к потерям. Состояние сыпучего материала на этот момент сохранялось как исходное для дальнейшего расчёта моделей №9.1 и №9.2.
- 2) В модели №9.1 моделируется выпуск ГМ из секций отбойки сначала левой панели подэтажа 2, затем правой. В модели №9.2 моделируется выпуск сразу из обеих панелей подэтажа 2. При выпуске руды из слоёв панелей 2 подэтажа помимо общих показателей извлечения отслеживалась абсолютная масса руды, отнесённой к потерям 1 подэтажа, и определялся коэффициент доизвлечения (соотношение массы руды 1 подэтажа, извлечённой при выпуске каждого слоя 2 подэтажа).



1 – буро-доставочная выработка; 2 – потери на бортах буро-доставочной выработки; 3 – потери в очистном пространстве; 4 – потери на почве буро-доставочной выработки; 20%, 17%, 14%, 10% – потери отбитой руды.

Рисунок 4.7 – Места образования и типовая схема определения потерь отбитой руды при системе поэтажного обрушения с торцовым выпуском

3) В обеих моделях по окончании выпуска руды из подэтажа 2 моделировался выпуск руды из подэтажа. После выпуска руды 2 подэтажа аналогичным образом определялась абсолютная масса и процент извлечения потерь 1 подэтажа при выпуске руды из слоёв панелей 3 подэтажа.

Результаты расчёта показателей извлечения для моделей №9.1-9.2 представлены в таблицах 4.4-4.5 соответственно и на рисунке 4.8.

По результатам таблиц 4.4-4.5 можно сделать следующие выводы:

1) Основная масса доизвлекаемой руды, отнесённой к потерям верхнего подэтажа, приходится на выпуск слоя 3 в каждой панели. При выпуске слоя 1 потери не доизвлекаются, поскольку во всех моделях в слое 1 объем выпуска ГМ не высокий (из-за быстрого внедрения пород из фронтального контакта) и фигура выпуска не успевает развиться на нужную высоту. По сути, при выпуске слоя 1 руда, отнесённая к потерям вышележащего подэтажа, только приближается к выпускному отверстию текущего подэтажа и будет извлекаться при выпуске следующих слоёв.

2) На подэтаж 2 в моделях №9.1-9.2 было перепущено и извлечено 6,1% и 6,4% руды, отнесённой к потерям подэтажа 1, соответственно. На подэтаж 3 – 2,1% и 2,4 % соответственно. Таким образом, модель с режимом выпуска, в котором производилось одновременное извлечение ГМ из панелей 2 подэтажа показал себя как более эффективный.

Таблица 4.4 – Показатели извлечения руды и доизвлечения потерь подэтажа в модели №9.1

Подэтаж	Слой	Извлечено ГМ при выпуске секции отбойки, т			Разубоживание руды при выпуске секции, %	Среднее содержание полезного компонента в выпущенной ГМ	Потери			Извлечено потерь 1 подэтажа		
		руда	порода	всего			всего, т	всего	отнесённые к потерям 1 подэтажа, т	всего, т	относительно потерь по 1 подэтажу (доизвлечение), %	
1	1	1458,2	1503,6	2961,8	50,8%	8,2%	1044,5	<b>41,8%</b>	-	-	-	
	2	2791,9	1662,2	4454,1	37,3%	10,0%	761,7	<b>15,2%</b>	-	-	-	
	3	1836,7	838,6	2675,3	31,3%	10,8%	1429,1	<b>19,1%</b>	-	-	-	
2	1л	1528,8	1756,1	3284,9	53,5%	7,9%	2393,8	<b>24,0%</b>	1419,9	9,1	<b>0,1%</b>	
	2л	2356,1	1227,1	3583,2	34,2%	10,4%	2502,0	<b>20,0%</b>	1364,4	55,5	<b>0,7%</b>	
	3л	2397,1	1160,4	3557,6	32,6%	10,7%	2486,9	<b>16,6%</b>	1217,7	146,7	<b>2,0%</b>	
	1п	1160,4	1223,1	2383,5	51,3%	8,2%	3830,1	<b>21,9%</b>	1217,7	0,0	<b>0,0%</b>	
	2п	2787,5	1656,6	4444,1	37,3%	10,0%	3407,0	<b>17,1%</b>	1159,5	58,2	<b>0,8%</b>	
	3п	2125,5	1179,6	3305,1	35,7%	10,3%	3645,2	<b>16,3%</b>	974,4	185,0	<b>2,5%</b>	
3	1	863,5	909,5	1773,1	51,3%	8,2%	5281,0	<b>21,2%</b>	974,4	0,1	<b>0,0%</b>	
	2	3803,0	2141,5	5944,5	36,0%	10,2%	4070,9	<b>14,8%</b>	945,7	28,6	<b>0,4%</b>	
	3	1848,5	1154,4	3002,9	38,4%	9,9%	4606,3	<b>15,4%</b>	813,4	132,3	<b>1,8%</b>	
										итого доизвлечено потерь подэтажа 1		<b>8,2%</b>
										итого потери по подэтажу 1		<b>10,8%</b>

Таблица 4.5 – Показатели извлечения руды и доизвлечения потерь подэтажа в модели №9.2

Подэтаж	Слой	Масса руды на начало выпуска секции отбойки, т.		Извлечено ГМ при выпуске секции отбойки, т			Разубоживание руды при выпуске секции, %	Среднее содержание полезного компонента в выпущенной ГМ	Потери			Извлечено потерь 1 подэтажа	
		в текущем слое	недо-выпущенной из других слоёв	руда	порода	всего			всего, т	всего, %	отнесённые к потерям 1 подэтажа, т	всего, т	относительно потерь по 1 подэтажу (доизвлечение), %
1	1	2500,0	0,0	1458,2	1503,6	2961,8	50,8%	8,2%	1044,5	41,8%	-	-	-
	2	2499,8	1044,5	2791,9	1662,2	4454,1	37,3%	10,0%	761,7	15,2%	-	-	-
	3	2498,2	761,7	1836,7	838,6	2675,3	31,3%	10,8%	1429,1	19,1%	-	-	-
2	1	4991,0	1429,1	1983,0	1872,2	3855,2	48,6%	6,7%	4441,4	35,6%	1420,0	9,1	0,1%
	2	4988,2	4441,4	6219,2	3283,3	9502,5	34,6%	10,4%	3230,8	18,5%	1304,5	115,5	1,5%
	3	4984,0	3230,8	3981,1	1695,4	5676,5	29,9%	11,0%	4247,3	18,9%	946,0	358,5	4,8%
3	1	2488,2	4247,3	863,5	909,5	1773,1	51,3%	8,2%	5630,5	22,6%	974,4	0,0	0,0%
	2	2500,0	5630,5	3803,0	2141,5	5944,5	36,0%	10,2%	4447,3	16,2%	945,7	28,6	0,4%
	3	2498,9	4447,3	1799,4	1158,3	2957,7	39,2%	9,8%	5378,1	18,0%	791,9	153,9	2,1%
											Итого доизвлечено потерь подэтажа 1		8,9%
											Итого потери по подэтажу 1		10,2%

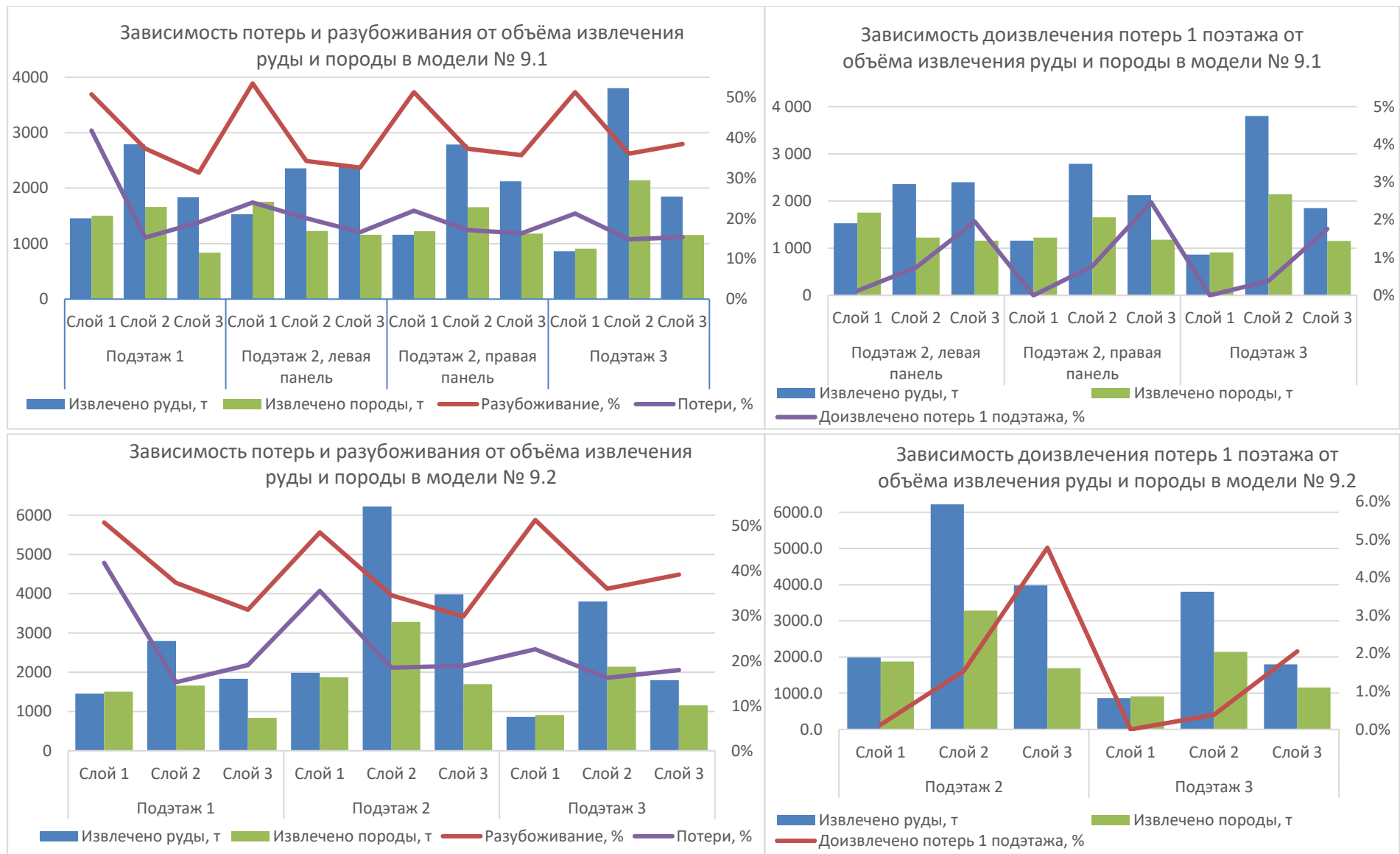
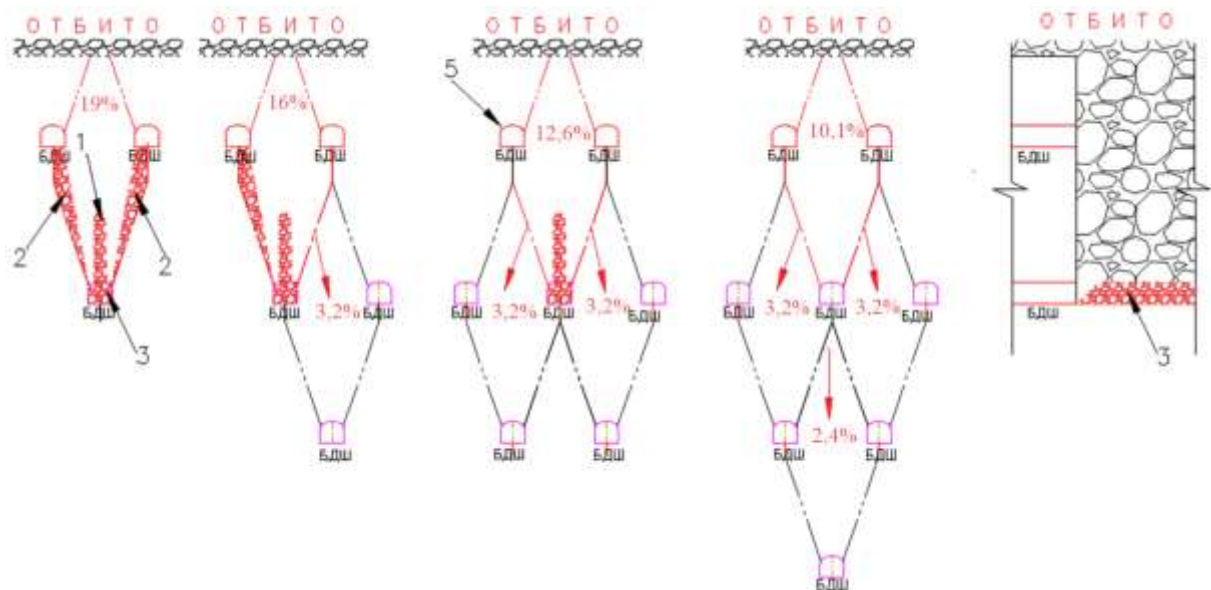


Рисунок 4.8 – Зависимость показателей извлечения от объёмов выпущенной ГМ в моделях №9.1-9.2

3) Интерес представляет тот факт, что в обеих моделях на всех подэтажах объём выпущенной ГМ из слоя 2кратно превышал объёмы выпуска из смежных секций при одинаковом качестве полезного компонента в последней дозе. Среднее качество в выпускаемой ГМ из первых слоёв каждой панели составляло 7-8%, а для слоя 2 и 3 – 10-11%. В слое 1 показатель разубоживания в среднем выше на 20% по сравнению со слоями 2 и 3. Данная закономерность будет более детально рассмотрена в разделе 4.4.

Схема, полученная при численном моделировании и уточняющая распределение объёмов доизвлекаемой руды, представлена на рисунке 4.9 (Инструкция... 2023. С. 94 – с изм.).



1 – потери в очистном пространстве; 2 – боковые потери в хребтах между буродоставочными выработками; 3 – фронтальные потери руды в гребне на почве буродоставочной выработки; 4 – потери на почве буродоставочной выработки; 5 – буродоставочная выработка; 19%, 16%, 12,6%, 10,1% – потери отбитой руды в подэтаже 1 при выпуске; 3,2%, 2,4% - руда, отнесённая к потерям подэтажа 1, доизвлекаемая при выпуске нижележащих подэтажей

Рисунок 4.9 – Места образования и типовая схема определения потерь отбитой руды при системе поэтажного обрушения с торцовым выпуском - результаты

#### 4.4 Влияние схемы выпуска руды из секций на объёмы потерь/разубоживания по панели.

По результатам анализа планограмм выпуска моделей №4-8 и №9.1-9.2 была установлена следующая зависимость между объёмами извлечения ГМ из смежных секций отбойки: чем меньше было выпущено ГМ из одной секции до достижения качества полезного

компонента в дозе выпуска ниже бортового, тем больший объём и с лучшим качеством будет выпускаться из следующей секции до достижения бортового показателя качества ГМ в дозе. Данная закономерность объясняется большим внедрением фигуры выпуска текущей секции в соседние. На примере моделей 4-8 (таблицы 3.2-3.2) глубина внедрения фигуры выпуска 9-12 м, толщина отбиваемого слоя – 2,8 м), что вызывает попадание в неё значительного объёма ГМ, расположенной за границами рабочей секции отбойки. Соответственно, если этот объём представлен породами (как в случае с выпуском первой секции во всех моделях), то они будут активно разубоживать выпускаемую руду, что приведёт к быстрому падению качества полезного компонента в ГМ и высоким потерям руды по секции вследствие ранней остановки выпуска (см. табл. 4.4-4.5 – слой 1 в каждом подэтаже). Однако, данные потери большей частью будут извлечены при выпуске последующих секций отбойки.

Проиллюстрировать данный механизм можно на модели № 10, которая идентична модели №9.2 как по параметрам конструктивных элементов, так и по режиму выпуска. В модели №10 выпуск ГМ на первом подэтаже вёлся до более низких значений качества, а на подэтажах 2 и 3 – аналогично модели №9.2 – до 7%.

На рисунке 4.10 представлен вертикальный разрез по оси правой выработки второго подэтажа с отображением на нём границы фигуры выпуска и секции отбойки. Из рис. 4.10 видно значительное несовпадение фигуры выпуска и отбиваемого слоя как по высоте, так и по глубине. В данном случае может напрашиваться вывод о необходимости отбойки и последующей выемки ГМ двух-трёх или даже четырёх секций

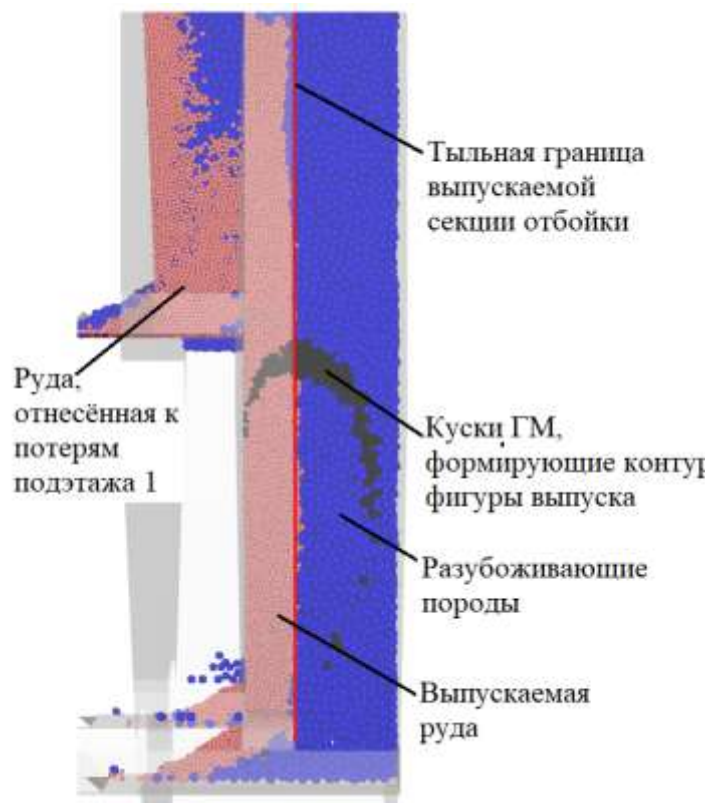


Рисунок 4.10 – Соотнесение фигуры выпуска и начального положения моделируемой руды и породы на примере слоя 1 подэтажа 2 модели №10 (вертикальный разрез по оси правой выпускной выработки)

отбойки одновременно, однако простой геометрический анализ показывает, что в данном случае будут возникать значительно большие потери руды в гребнях на подошве выработки и, а также в очистном пространстве.

При наличии за тыльной границей большого количества руды, невыпущенной ранее, она попадает в объём фигуры выпуска и извлекается вместе с выпускаемой секцией (Рисунок 4.11-4.12, таблица 4.4-4.5 слой 2 и 3 на всех подэтажах).

Наилучшее совпадение фигуры выпуска с областью размещения руды в модели проявилось на

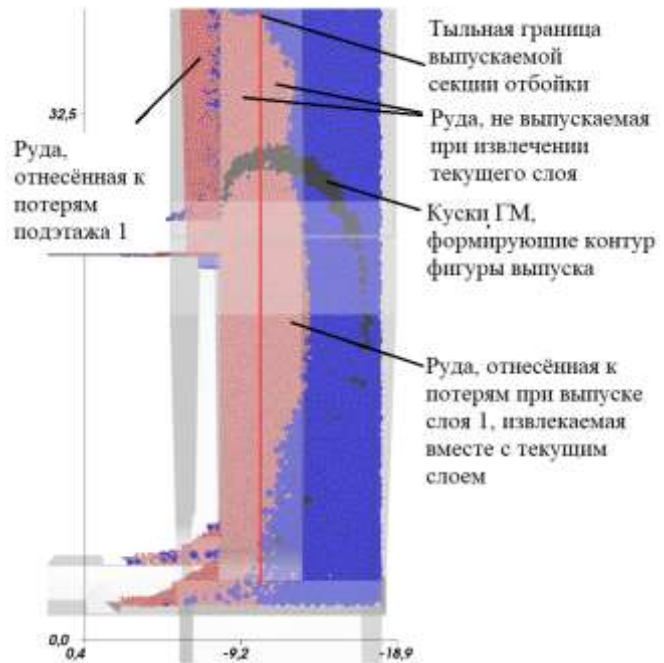


Рисунок 4.11 – Соотнесение фигуры выпуска и начального положения моделируемой руды и породы на примере слоя 2 подэтажа 2 модели №10 (вертикальный разрез по оси правой выпускной выработки)

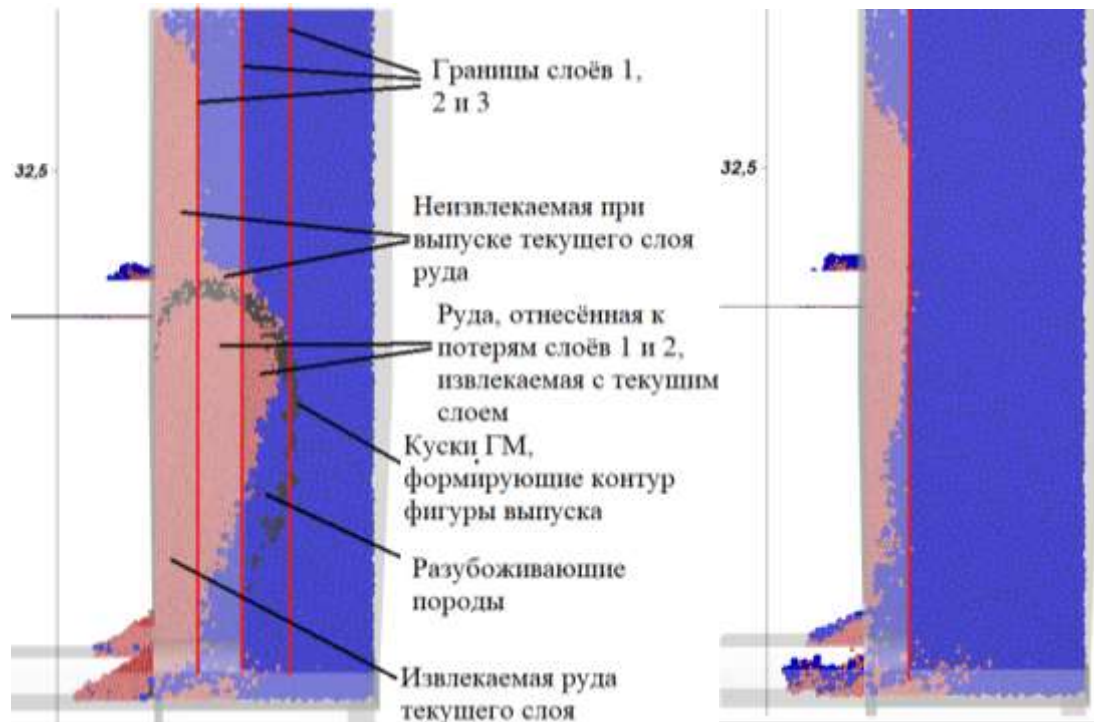


Рисунок 4.12 – Соотнесение фигуры выпуска и начального положение моделируемой руды и пород (слева) и положение фрагментов ГМ на момент остановки выпуска (таблица 4.6 доза 21) (справа) на примере слоя 3 подэтажа 2 модели №10 (вертикальный разрез по оси правой выпускной выработки)



примере слоя 3 (Рисунок 4.12). Фигура выпуска развивалась почти до границы между породами и рудой, далее (таблица 4.6, доза 21) качество полезного компонента упало ниже 7% и по условиям эксперимента выпуск фиксировался для последующих расчётов. По программе (таблица 4.6) видно достаточно быстрое падение содержания ПК в выпускаемых дозах для правой выработки, т.к. после выпуска дозы 21 возникла ситуация, аналогичная выпуску слоя 1 - за границей секции отбойки оставались только породы. Масса породы в дозе 21 вдвое превышает массу руды в ней, весовое разубоживание составляет 33%. Если продолжать выпуск руды из секции, то с каждой дозой разубоживание будет увеличиваться, непропорционально уменьшению потерь. Соответственно, тем больший объём пустых пород необходимо будет транспортировать, выдавать на поверхность, обогащать и т.д. Данная закономерность описана множеством авторов и важна с точки зрения определения момента остановки выпуска и целесообразности его продолжения. Однако выбор момента остановки выпуска текущей секции отбойки в условиях подэтажной системы разработки с обрушением руды и вмещающих пород может не только влиять на экономические показатели текущей выемочной единицы, но и может управлять показателями извлечения (в первую очередь, качеством рудной массы) последующих, создавая более благоприятные условия для извлечения руды. Выбор момента остановки выпуска требуется вести, исходя из свойств сыпучести выпускаемого материала, толщины секции отбойки и экономических показателей (цена 1 т концентрата, затраты на транспортировку, складирование, обогащение 1 т рудной массы и др.).

Таблица 4.6 – Планограмма выпуска слоя 3 подэтажа 2 модели №10

№ дозы	Руды в дозе, т	Породы в дозе, т.	Извлечено руды (всего), т	Извлечено породы (всего), т	Извлечено горной массы (всего), т	Содержание ПК в дозе (левая панель)	Содержание ПК в дозе (правая панель)	Среднее содержание ПК в дозах выпуска	Содержание ПК в выпущенной ГМ	Потери, %	Разубоживание, %	Остаток руды 1 подэтажа, т	Потери всего, т
1	273,2	21,1	273,2	21,1	294,3	14,5%	13,6%	14,1%	14,0%	31,49%	7,2%	487,4	7 057,0
2	283,6	10,4	556,9	31,5	588,4	14,4%	14,7%	14,5%	14,3%	30,22%	5,4%	486,9	6 773,8
3	282,6	13,3	839,4	44,8	884,2	14,3%	14,6%	14,4%	14,3%	28,97%	5,1%	485,1	6 492,3
4	274,3	19,6	1 113,7	64,4	1 178,1	13,8%	14,5%	14,2%	14,3%	27,75%	5,5%	481,6	6 218,8
5	263,9	32,7	1 377,6	97,1	1 474,7	13,2%	14,2%	13,6%	14,1%	26,57%	6,6%	476,3	5 955,7
6	256,4	34,2	1 634,0	131,3	1 765,3	13,1%	13,8%	13,5%	14,0%	25,43%	7,4%	468,6	5 699,8
7	252,8	38,3	1 886,8	169,6	2 056,4	13,1%	13,6%	13,3%	13,9%	24,31%	8,2%	459,7	5 447,6
8	240,2	49,8	2 127,0	219,4	2 346,4	12,5%	13,2%	12,9%	13,8%	23,24%	9,4%	452,1	5 208,3
9	223,9	72,7	2 350,9	292,1	2 643,0	11,5%	12,6%	12,0%	13,5%	22,24%	11,1%	443,0	4 985,6
10	215,1	74,4	2 566,0	366,4	2 932,4	11,7%	11,8%	11,7%	13,3%	21,29%	12,5%	433,9	4 770,8
11	197,8	107,7	2 763,8	474,2	3 238,0	10,0%	11,3%	10,7%	13,1%	20,41%	14,6%	425,9	4 573,3
12	198,8	110,2	2 962,6	584,4	3 547,0	9,7%	11,1%	10,4%	12,8%	19,52%	16,5%	420,0	4 375,0
13	179,1	124,4	3 141,7	708,7	3 850,4	9,5%	10,1%	9,8%	12,6%	18,72%	18,4%	415,3	4 196,3
14	169,1	134,8	3 310,8	843,5	4 154,4	9,0%	9,7%	9,3%	12,3%	17,97%	20,3%	411,1	4 027,8
15	143,4	158,8	3 454,2	1 002,4	4 456,6	8,4%	8,3%	8,4%	12,0%	17,33%	22,5%	407,7	3 885,2
16	137,6	163,3	3 591,8	1 165,7	4 757,5	7,8%	8,2%	8,0%	11,7%	16,72%	24,5%	405,0	3 747,9
17	135,9	155,7	3 727,8	1 321,4	5 049,2	8,0%	8,0%	8,0%	11,5%	16,12%	26,2%	402,7	3 612,4
18	122,2	178,1	3 849,9	1 499,5	5 349,5	7,5%	7,2%	7,4%	11,3%	15,57%	28,0%	401,2	3 490,6
19	118,8	176,3	3 968,7	1 675,9	5 644,5	7,3%	7,2%	7,2%	11,1%	15,05%	29,7%	399,8	3 372,2
20	122,8	185,4	4 091,5	1 861,3	5 952,7	6,9%	7,3%	7,1%	10,8%	14,50%	31,3%	397,8	3 249,8
21	104,6	207,4	4 196,1	2 068,7	6 264,8	6,8%	6,1%	6,4%	10,6%	14,03%	33,0%	396,4	3 145,4
22	103,2	190,5	4 299,3	2 259,2	6 558,5	6,8%	6,1%	6,5%	10,4%	13,57%	34,4%	394,8	3 042,5
23	103,5	206,6	4 402,8	2 465,8	6 868,6	6,2%	6,4%	6,3%	10,2%	13,12%	35,9%	393,9	2 939,7

Продолжение таблицы 4.6

№ дозы	Руды в дозе, т	Породы в дозе, т.	Извлечено руды (всего), т	Извлечено породы (всего), т	Извлечено горной массы (всего), т	Содержание ПК в дозе (левая панель)	Содержание ПК в дозе (правая панель)	Среднее содержание ПК в дозах выпуска	Содержание ПК в выпущенной ГМ	Потери, %	Разубоживание, %	Остаток руды 1 подэтажа, т	Потери всего, т
24	91,2	215,3	4 494,0	2 681,0	7 175,1	5,4%	6,6%	5,9%	10,0%	12,71%	37,4%	393,1	2 849,5
25	77,9	231,8	4 571,9	2 912,9	7 484,7	5,5%	4,9%	5,3%	9,8%	12,37%	38,9%	392,0	2 772,1
26	71,5	245,1	4 643,4	3 158,0	7 801,4	4,9%	4,8%	4,9%	9,6%	12,05%	40,5%	391,1	2 700,8
27	72,8	233,1	4 716,3	3 391,1	8 107,4	5,0%	4,9%	4,9%	9,4%	11,73%	41,8%	390,3	2 628,5
28	81,6	210,2	4 797,9	3 601,3	8 399,1	5,5%	5,2%	5,4%	9,3%	11,37%	42,9%	389,6	2 547,3
29	74,8	230,1	4 872,7	3 831,4	8 704,1	4,8%	5,3%	5,1%	9,1%	11,03%	44,0%	388,9	2 472,9
30	70,5	226,2	4 943,2	4 057,5	9 000,7	5,2%	4,8%	5,0%	9,0%	10,72%	45,1%	388,5	2 402,8
31	74,1	231,5	5 017,2	4 289,0	9 306,2	5,1%	4,9%	5,0%	8,9%	10,39%	46,1%	387,9	2 329,1
32	68,0	246,9	5 085,2	4 535,9	9 621,1	4,5%	4,9%	4,7%	8,7%	10,09%	47,1%	386,8	2 261,4
33	71,7	213,9	5 156,9	4 749,8	9 906,7	4,8%	5,3%	5,0%	8,6%	9,77%	47,9%	385,7	2 189,8
34	70,1	228,2	5 227,0	4 977,9	10 204,9	4,8%	5,1%	4,9%	8,5%	9,46%	48,8%	384,1	2 120,4
35	69,5	223,5	5 296,5	5 201,4	10 497,9	5,0%	4,9%	4,9%	8,4%	9,15%	49,5%	382,4	2 051,1
36	70,6	223,2	5 367,2	5 424,6	10 791,8	4,8%	5,2%	5,0%	8,3%	8,84%	50,3%	380,3	1 980,7
37	70,3	222,1	5 437,5	5 646,7	11 084,1	4,7%	6,0%	5,0%	8,2%	8,52%	50,9%	377,0	1 910,4
38	61,6	245,8	5 499,0	5 892,5	11 391,6	4,5%	4,6%	4,6%	8,1%	8,25%	51,7%	374,8	1 849,2
39	68,0	231,5	5 567,0	6 124,1	11 691,1	4,5%	4,9%	4,7%	8,0%	7,95%	52,4%	372,4	1 781,7
40	63,2	241,6	5 630,2	6 365,7	11 995,9	4,6%	4,6%	4,6%	7,9%	7,67%	53,1%	370,0	1 718,8

#### 4.5 Траектории движения кусков ГМ для системы с подэтажным обрушением и торцевым выпуском руды

В разделе 0 было показано, что описать траектории движения кусков ГМ к выпускному отверстию при донном выпуске возможно уравнением кубической функции, что опровергает существующее представление. Для установления траекторий движения ГМ при торцевом выпуске и подэтажной системе разработки были проанализировано поведение кусков ГМ, находящихся на поверхности фигуры выпуска слоя 3 подэтажа 2 модели №9.2 (Рисунок 4.5). В качестве анализируемых были выбраны куски ГМ, находящиеся на поверхности фигуры выпуска в продольном и поперечном вертикальных разрезах по оси выработки и в горизонтальном разрезе фигуры выпуска. Продольный разрез был сделан по оси выработки, поперечный – по тыльной границе секции отбойки 3, горизонтальный – на высоте 24 м от подошвы выработки (Рисунок 4.13).

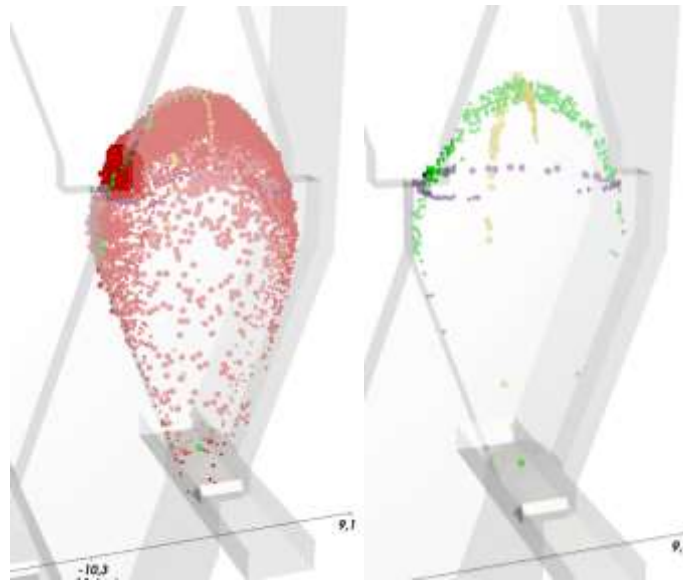


Рисунок 4.13 – Изометрический вид на куски ГМ, находящиеся на поверхности фигуры выпуска (слева) и выделенные куски ГМ для анализа траекторий (справа); красные куски ГМ – лежащие на поверхности, зелёные – попавшие в область поперечного разреза, жёлтые – продольного, фиолетовые – горизонтального

Отображение траекторий (Рисунок 4.14) и их последующий анализ, проведённый аналогично представленному в 2.3.1, показал, что для торцевого выпуска траектории движения кусков к выпускному отверстию также с большей вероятностью описываются куби-

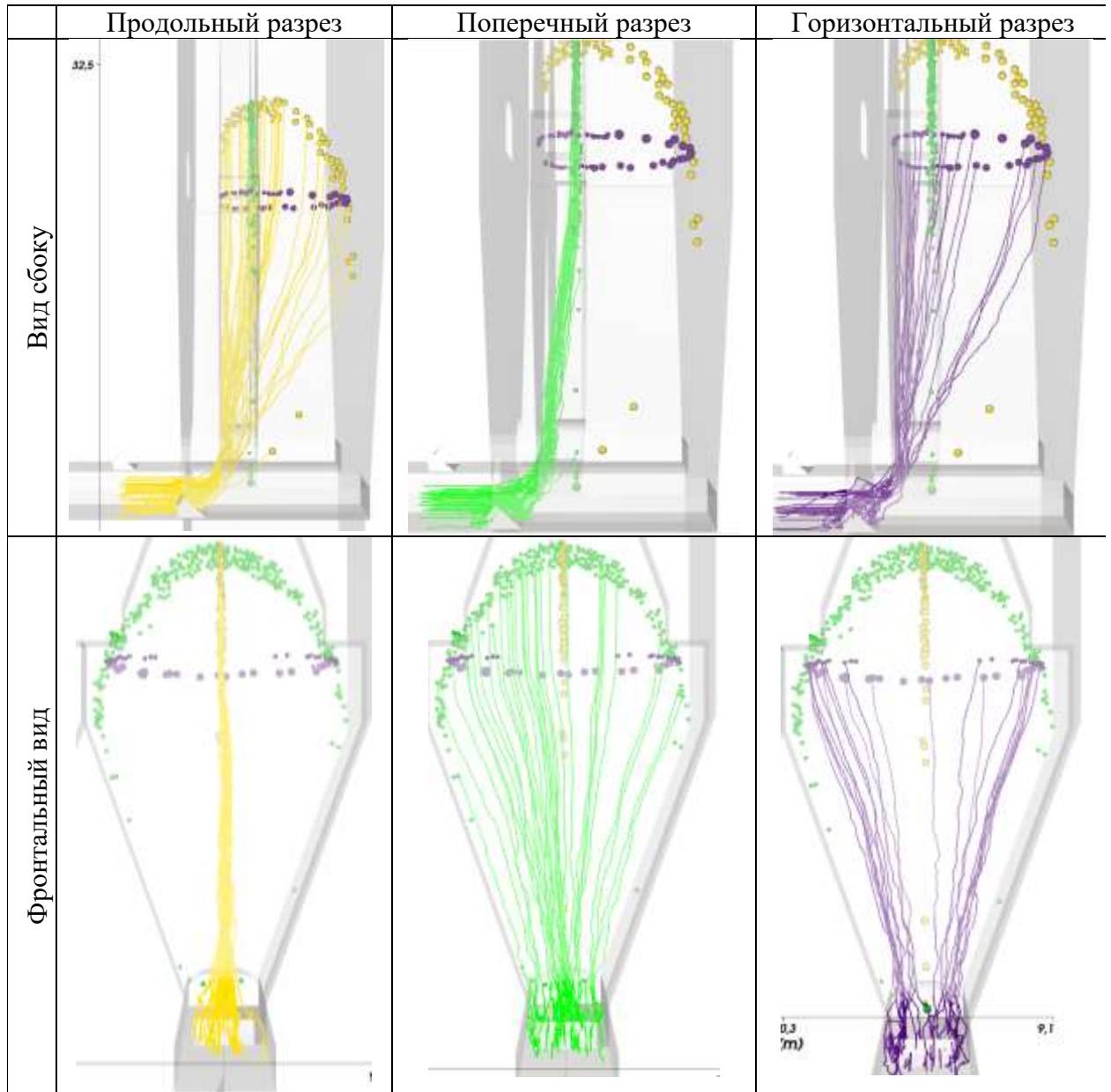


Рисунок 4.14 – Траектории движения кусков ГМ, находящихся на поверхности фигуры выпуска в плоскостях разрезов

ческой функцией, чем квадратичной. Коэффициенты достоверности  $R^2$  для указанных полиномов составили 0,963-0,974 и 0,835-0,848 соответственно. Аналогично донному выпуску, при торцевом куски ГМ до некоторого момента также двигались по параболической траектории, а после попадания в зону с наибольшими скоростями движения, распложенную непосредственно над выпускным отверстием, изменяли траекторию. Кривизна траектории также зависела от начального положения куска ГМ относительно выпускного отверстия, расположенного у козырька выпускной выработки.

#### Выводы по главе 4

1) В результате проведённых экспериментов были установлены значения углов формирующих фигуру выпуска и показано, что фигура выпуска отклоняется от откосов траншеи на некоторый угол, зависящий от угла откоса траншеи. Для угла откоса  $70^{\circ}$  угол образующей составил  $72-73^{\circ}$ , для откоса  $65^{\circ}$  – образующая  $68^{\circ}$ , для откоса  $60^{\circ}$  – образующая  $64^{\circ}$ . Для угла откоса  $80^{\circ}$  на начальных стадиях образующая фигуры выпуска также отклонялась от стенок откоса на  $1-2^{\circ}$ , однако при развитии полностью совпадала с геометрией откосов. Угол откоса рудной постели составляет значения  $58-60$  градусов в зависимости от объёма извлечённой ГМ.

2) Экспериментально для наиболее распространённой конфигурации параметров конструктивных элементов на хибинских апатит-нефелиновых месторождениях были определены объёмы руды, отнесённой к потерям верхнего подэтажа, перепускаемые на нижние подэтажи и доизвлекаемые там. При поочерёдном выпуске ГМ из панелей 2 подэтажа выпускается  $6,1\%$  потерь 1 подэтажа, при одновременном –  $6,4\%$ . На 3 подэтаже доизвлекается ещё  $2,1\%$  и  $2,4\%$  потерь 1 подэтажа для моделей с поочерёдным и одновременным выпуском параллельно на 2 подэтаже соответственно. Вариант с одновременным режимом выпуска ГМ из панелей 2 подэтажа показал себя как более эффективный.

3) Показано, что управление качеством извлекаемой горной массы при подэтажной системе разработки с торцевым выпуском для извлекаемой секции отбойки возможно осуществлять за счёт выбора момента остановки выпуска в предыдущих секциях отбойки. Для обеспечения минимальных потерь по панели, рациональным для остановки выпуска ГМ из текущей секции является момент, когда фигура выпуска развивается на ширину, равную ширине секции отбойки. Для улучшения среднего качества ПК в выпускаемой ГМ необходимо, чтобы высота фигуры выпуска при её развитии на полную ширину отбиваемой секции была меньше её высоты. Таким образом руда из верхней части секции отбойки будет выпускаться при извлечении следующего слоя панели и обеспечит более высокие показатели качества.

4) Экспериментально установлено, что траектории движения кусков ГМ при торцевом выпуске также как и при донном могут быть описаны уравнением кубической функции. Кривизна траектории зависит от начального положения куска ГМ в раздробленном массиве относительно выпускного отверстия.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В диссертации на основе численного моделирования исследован механизм формирования потери и разубоживания руды при её выпуске из очистных блоков в системах с обрушением руды и вмещающих пород. Для решения задачи моделирования процесса торцевого выпуска ГМ разработана численная модель, в основе которой лежит метод дискретных элементов, реализованный в программе Rocky DEM. С использованием численной модели в режиме имитационного моделирования исследованы технологические схемы выпуска ГМ для типовых на АО «Апатит» горнотехнических условий, в результате чего уточнён ряд параметров, используемых для расчёта показателей потерь и разубоживания руды.

**Основные научные и практические результаты работы** заключаются в следующем:

1. Сформулированы требования к численной модели, имитирующей поведение раздробленной ГМ при её выемке через выпускные отверстия, разработанная на основе требований модель заверена результатами физического моделирования.

2. Разработана методика имитационного моделирования торцевого выпуска руды для оценки показателей потерь и разубоживания.

3. На основе анализа результатов численного моделирования установлено, что траектории движения кусков ГМ к выпускному отверстию в большей степени соответствуют графику кубической функции, а не квадратичной.

4. Показано, что для радикального сокращения времени моделирования выпуска разнородного грансостава можно использовать модель кусков ГМ сферической формы с подбором для моделируемых условий коэффициента сопротивления качению, а также коэффициентов статического и динамического трения. Определены параметры модели, при которых возможно сократить количество моделируемых кусков ГМ, влияющее на время расчёта модели.

5. По результатам численных экспериментов для условий хибинских апатитовых месторождений: определены углы образующей фигуры выпуска (от  $64^{\circ}$  до  $72^{\circ}$  в зависимости от угла откоса траншеи); установлен угол рудной «постели» (от  $58^{\circ}$  до  $60^{\circ}$  в зависимости от объёмов выпущенной ГМ); определены средние объёмы перепуска руды (суммарно до 9%), отнесённой к потерям верхнего подэтажа очистного блока, на нижние. Это позволяет сделать вывод о слабом влиянии на показатели извлечения схемы одновременного выпуска.

6. Установлено, что при режиме одновременного выпуска секций отбойки нижнего подэтажа показатели доизвлечения руды, отнесённой к потерям верхнего подэтажа, повышаются в среднем на 0,6%.

7. Определены параметры конструктивных элементов, способствующие минимальному показателю потерь при торцевом выпуске апатит-нефелиновой руды, при применении подэтажной системы разработки с обрушением руды и вмещающих пород: угол откоса траншеи 70-80° при ширине отбиваемого слоя 16-18м (расстояние между осями выпускных выработок), угол наклона секции отбойки – 82-87°.

8. Установлено, что на показатели извлечения при торцевом выпуске высота отбиваемого слоя имеет второстепенное воздействие по сравнению с её шириной, углами откоса траншеи и высотой выпускаемого слоя.

9. Выделено 5 областей первоначального положения руды, относимой к потерям, внутри секции отбойки. Для каждой области дана прогнозная оценка снижения этих потерь при выпуске руды из соседних выемочных единиц.

10. Разработаны рациональные планограммы выпуска руды из очистного пространства в условиях хибинских апатит-нефелиновых месторождений.

11. Результаты моделирования использованы при разработке методики обоснования оптимальных параметров системы разработки с подэтажным обрушением и торцевым выпуском руды для рудников АО «Апатит».



## Список литературы

1. Агошков М.И. Торцевой выпуск руды/М.И. Агошков, А.В. Будько, Н.А. Кривенков//Горный журнал. – 1964. – №2.
2. Агошков М.И. Подземная разработка рудных месторождений/М.И. Агошков, Г.М. Малахов. – М.: Недра, 1966. – 654 с.
3. Айнбиндер И.И. Пути снижения потерь и разубоживания руды при отработке приконтурных запасов системами разработки с обрушением руды и вмещающих пород/И.И. Айнбиндер, В.Н. Калмыков, Е.А. Романько//Вестник МГТУ им. Г.И. Носова. – 2007. – №1 (17). – С. 14-18.
4. Алексеев И.А. Обоснование параметров технологии и показателей торцевого выпуска под обрушенными породами с учётом грансостава рудной массы: автореф. дисс. ... канд. техн. наук: 05.15.02/Алексеев Игорь Александрович. – М., 1995. – 16 с.
5. Аминов В.Н. Развитие технологии разработки подкарьерных запасов на мощных рудных месторождениях в условиях Севера: дисс. ... д-ра. техн. наук: 25.00.22/Аминов Владимир Нигматович. – Апатиты., 2000. – 285 с.
6. Арсентьев В.А. Методы динамики частиц и дискретных элементов как инструмент исследования и оптимизации процессов переработки природных и техногенных материалов /В.А. Арсентьев [и др.]//Обогащение руд. – 2010. – № 1. – С. 30 – 35.
7. Балхавдаров Х.А. Движение и истечение руды при выпуске/Х.А. Балхавдаров. – Ленинград: Наука, 1975. – 108 с.
8. Башков В.И. Обоснование параметров систем разработки слепых рудных тел на удароопасных железорудных месторождениях Горной Шории: дисс. ... канд. техн. наук: 25.00.22/Башков Владимир Иванович. – Кемерово, 2018. – 172 с.
9. Белгородцев О.В. Выбор технологии и порядка отработки подземных запасов участка Гакман Юкспорского месторождения/О.В., Белгородцев, Г.О. Наговицын//ГИАБ. – 2021. – №5-1. – С. 19-28.
10. Вохмин С.А. Методика расчета показателей извлечения нерудных полезных ископаемых при подземной добыче/С.А. Вохмин, Ю.П. Требуш, Г.С. Курчин//ГИАБ. – 2012. – №9. – С. 82-85.
11. Гагиев Т.А. Обоснование проектных решений при выпуске руды под обрушенными породами: дисс. ... канд. техн. наук: 25.00.21/Гагиев Тимур Альбертович. – М., 2011. – 124 с.

12. Гурин К.П. Моделирование выпуска руды на основе дискретного моделирования взаимодействия дроблёной горной массы/К.П. Гурин//Сборник материалов конференции «Информационные технологии поддержки сбалансированного природопользования». 2011. – С. 28-30.
13. Демидов Ю.В., Аминов В.Н. Подземная разработка мощных рудных залежей/Ю.В. Демидов, В.Н. Аминов. – М.: Недра, 1991. – 205 с.
14. Дигтерук М.Г., Кравчук В.Т., Заслуженный А.С., Човнюк Ю.В. Исследование закономерностей движения сыпучих материалов в вертикальных ёмкостях (силосы/бункеры): мониторинг статического напряжённого состояния и анализ истечения по второй форме в общей постановке/М.Г. Дигтерук [и др.]//Вестник Херсонского национального технического университета. – 2018. – №3 (66). Том 1. С. 55-73.
15. Дорофеенко С.О. Моделирование сыпучих сред методом дискретных элементов: дисс. ... канд. техн. наук: 01.04.17/Дорофеенко Сергей Олегович. – Черноголовка, 2008. – 114 с.
16. Дубынин Н. Г. Механика выпуска сыпучих тел – Совершенствование технологий разработки рудных месторождений подземным способом: сб. тр. ИГД СО АН СССР /Н.Г. Дубынин: под ред. чл.-кор. АН СССР Н. А. Чинакала. — М.: Недра, 1965.
17. Дубынин Н.Г. Выпуск руды при подземной разработке/Н.Г. Дубынин – М.: Недра, 1965. – 268 с.
18. Ермакова И.А. Управление формированием потоков при выпуске руды из блоков в системах разработки с обрушением: дисс. ... докт. техн. наук: 25.00.20/Ермакова Инна Алексеевна. – Кемерово, 2007. – 251 с.
19. Ермакова И.А. Установление параметров потока при выпуске руды в системах разработки с обрушением/И.А. Ермакова//Техника и технология горного дела. – 2018. – № 1(1). – С. 4-11.
20. Ефимов А.Р. Обоснование параметров торцевого выпуска руды с использованием поршневых железобетонных питателей при отработке наклонных рудных залежей: дисс. ... канд. техн. наук: 25.00.22/Ефимов Андрей Рудольфович. – Владикавказ, 2013. – 118 с.
21. Зубков В.П. Влияние влажности отбитой руды на потери в зависимости от времени ее нахождения в блоке до выпуска при разработке месторождений криолитозоны/В.П. Зубков, Г.П. Необутов, Д.Н. Петров//Успехи современного естествознания. – 2018. – № 5. – С. 71-75.
22. Именитов В.Р. Процессы подземных горных работ при разработке рудных месторождений/ВР. Именитов. – М.: Недра, 1978. – 528 с.

23. Инструкция по учёту состояния и движения запасов, определению, планированию и нормированию количественных и качественных потерь апатит-нефелиновых руд на рудниках АО «Апатит»/О.В. Белгородцев, О.В. Наговицын. – Апатиты, 2023. – 60 с.
24. Инструкция по учёту состояния и движения запасов, определению, планированию и нормированию количественных и качественных потерь апатито-нефелиновых руд на рудниках производственного объединения «Апатит» им. С.М. Кирова/Л.Ф. Беличенко, Ю.В. Демидов, Е.В. Ивановский. – Апатиты, 1992. – 142 с.
25. Иофин С.Л. Поточная технология подземной добычи крепких руд/С.Л. Иофин, В.Е. Сергеев, В.В. Шкарпетин. – М.: Недра, 1979. – 279 с.
26. Кабелко С.Г. Компьютерная технология прогнозной оценки показателей выпуска руды при разработке месторождений системами с обрушением руды и породы/С.Г. Кабелко, А.В. Герасимов, В.А. Дунаев//Известия вузов. Горный журнал. – 2014. – № 8. – С. 54-61.
27. Каравацкий А.Я. Оценка метода дискретного элемента для прогнозирования поведения сыпучих сред на примере нефтяного кокса/А.Я. Каравацкий, Т.В. Лазарев//Химическое и нефтегазовое машиностроение. – 2014. – №3. – С. 32-36.
28. Карпиков А.П. Практическое руководство по определению физико-механических свойств горных пород/А.П. Карпиков, А.В. Чирков, В.В. Чубаров. – М.: МГРИ-РГГУ, 2009.
29. Квапил Р. Движение сыпучих материалов в бункерах/Р. Квапил. – М.: Госгортехиздат, 1961. – 80 с.
30. Кисиличин С.А. Особенности торцевого выпуска при разработке системами с обрушением руд и вмещающих пород/С.А. Кисиличин//ГИАБ. – 2013. – №1. – С. 359-364.
31. Клишин С.В. Применение метода дискретных элементов при анализе гравитационного движения гранулированного материала в сходящемся канале/С.В. Клишин//ГИАБ. – 2009. – №12. – С. 273-277.
32. Кокоев С.Г. Обоснование параметров капитального рудоспуска на основе дискретно-элементного моделирования/С.Г. Кокоев [и др.]/ГИАБ. – 2019. – № S37. – С. 158-167.
33. Крамаджян А.А. Моделирование выпуска сыпучих материалов из емкостей/А.А. Крамаджян, С.Б. Стажевский, Г.Н. Хан//ФТПРПИ. – 1999. – №4. – С.66-74.
34. Куликов В.В. Выпуск руды/В.В. Куликов. – М.: Недра, 1980. – 303 с.
35. Лаптев В.В. Численное моделирование потока раздробленной горной массы в процессе выпуска руды с использованием программы ROCKY DEM/В.В. Лаптев//Вестник МГТУ. – 2019. – Т. 22. – № 1. – С. 149–157.

36. Левин Е.Л. Программы для 3D моделирования выпуска руды (системы с обрушением), оптимизации карьеров [Электронный ресурс]/Е.Л. Левин. – Режим доступа: [devel-elcad.narod.ru/](http://devel-elcad.narod.ru/).

37. Развитие методологии обоснования подземной и комбинированной геотехнологии при комплексном освоении крупных и уникальных месторождений Кольского полуострова: отчет о НИР. – Апатиты, 2006. – 145 с.

38. Леонтьев А.А., Едигарьев В.Г. Особенности комбинированной разработки месторождений в различных горно-геологических и горнотехнических условиях/А.А. Леонтьев, В.Г. Едигарьев//Горный журнал. – 2010. – №9. – С. 15-19.

39. Лукашов А.А. О коэффициенте разрыхления горных пород/А.А. Лукашов//Горный журнал. – 1949. – №11. – С. 8-12.

40. Лукичѐв С.В. Решение задач проектирования подземных горных работ с использованием геоинформационных технологий/С.В. Лукичев, О.В. Белгородцев//ГИАБ. – 2019. – №S37. – С. 205-213.

41. Малахов Г.М. Теория и практика выпуска руды/Г.М. Малахов, Р.В. Безух, П.Д. Петренко. – М.: Недра, 1968. – 311 с.

42. Малофеев Д.Е. Развитие теории и практики выпуска руды под обрушенными породами: монография/Д.Е. Малофеев. – Красноярск: Сибирский федеральный ун-т; Ин-т цв. металлов и золота, 2007. – 172 с.

43. Малофеев Д.Е. Выработка и обоснование проектных решений по разработке месторождений технологией с обрушением, обеспечивающих полноту и качество извлечения запасов недр/Д.Е. Малофеев, А.М. Гильдеев//ГИАБ. – 2012. – №3. – С. 39-44.

44. Малофеев Д.Е. Обоснование параметров и показателей выпуска руды под обрушенными породами компьютерным моделированием/Д.Е. Малофеев, А.М. [и др.]//Информационные технологии в горном деле: доклады Всероссийской научной конференции с международным участием 12 – 14 октября 2011 г. – Екатеринбург: ИГД УрО РАН, 2012. – С. 118-124.

45. Минаев С.И. Лабораторные исследования выпуска руды/С.И. Минаев//Горный журнал. – 1940. – №10-11. – С. 12-17.

46. Мустафин В.И. Обоснование параметров этажного торцевого выпуска при двухъярусном расположении буродоставочных выработок: дисс. ... канд. техн. наук: 25.00.21/Мустафин Вадим Игоревич. – М., 2015. – 140 с.

47. Неверов С.А. Обоснование подземных технологий с обрушением руды и вмещающих пород при выемке мощных крутопадающих залежей в условиях роста глубины разработки: автореф. дисс... д-ра.техн.наук: 25.00.22/Неверов Сергей Алексеевич. – Новосибирск, 2021. – 31 с.
48. Пепелев Р.Г. Выпуск руды под обрушенными породами (расчет показателей извлечения для двух идеальных случаев): учебное пособие/Р.Г. Пепелев. – М.: МГИ, 1982. – 24 с.
49. Разоренов Ю.И. Определение потерь и разубоживания при разработке месторождений полезных ископаемых/Ю.И. Разоренов, А.А. Белодедов, С.А. Шмаленюк//ГИАБ. – 2009. – №9. – С. 47-50.
50. Ревуженко А.Ф. Об учете дилатансии в основных справочных формулах механики сыпучих сред/А.Ф. Ревуженко, С.Б. Стажевский//ФТПРПИ. – 1986. – № 4. – С. 7-16.
51. Русин Е.П. О современном состоянии и перспективах шведского варианта системы добычи руд с подэтажным обрушением/Е.П. Русин, С.Б. Стажевский//Сборник материалов XIII Международного научного конгресса «Интерэкспо ГЕО-Сибирь-2017». – 2017. – Т.2. Екатеринбург. – С.112-116.
52. Рыжков Ю.А. Истечение сыпучих материалов с огибанием препятствий/Ю.А. Рыжков, И.А. Ермакова//ФТПРПИ. – 1997. – № 4. – С.26 -32.
53. Савич И.Н. Обоснование параметров системы и нормативных показателей извлечения при применении технологий, предусматривающих выпуск руды под обрушенными/И.Н. Савич, Т.А. Гагиев, А.А. Павлов//Рациональное освоение недр. – 2011. – № 4. – С. 58-61.
54. Савич И.Н. Метод обоснования нормативов потерь и разубоживания при выпуске руды под обрушенными породами/И.Н. Савич [и др.]/Горный журнал. – 2009. – № 1. – С. 64-67.
55. Слащилин И.Т. Методика расчета прогнозных показателей извлечения руды при торцовом выпуске/ И.Т. Слащилин, В.А. Лапин//ГИАБ. – 2000. – №8. – С.157-159.
56. Смирнов А.А. Критический анализ теоретических положений по выпуску руды под обрушенными породами/А.А. Смирнов, К.В. Барановский//Проблемы недропользования. – 2022. – № 3. – С. 136-145.
57. Стажевский С.Б. О второй форме течения сыпучих материалов в бункерах/С.Б. Стажевский//ФТПРПИ. – 1985. – №5. – С. 3-16.
58. Стажевский С.Б. О первой форме течения сыпучих материалов в бункерах/С.Б. Стажевский//ФТПРПИ. – 1983. – №3. – С. 14-21.

59. Стажевский С.Б. Об особенностях течения раздробленных горных пород при добыче руд с поэтажным обрушением/С.Б. Стажевский//ФТПРПИ. – 1996. – №5. – С. 72-89.
60. Тезиев Т.М. Совершенствование способов выпуска и погрузки обрушенной руды погрузочными ковшовыми машинами: дисс. ... канд. техн. наук: 05.15.02/Тезиев Таймураз Муратович. – Владикавказ, 2000. – 160 с.
61. Тухтамышев С.Г. Опытное исследование давления зерна в силосах элеватора при Госмукзаводе в Баку/С.Г. Тухтамышев. – Научно-технический отчёт НЦИПС, 1940.
62. Феоктистов А.Ю. Применение метода дискретных элементов для моделирования процессов в горно-металлургической промышленности/А.Ю. Феоктистов, [и др.]//Записки Горного института. – 2011. – Т. 192. – С. 145-149.
63. Цирель С.В. К вопросу о разрыхлении разрушенных и сыпучих горных пород/С.В. Цирель//ГИАБ. – 1997. – №1. – С. 138-147.
64. Шеховцов В.С. Предотвращение проникновения мелких налегающих пород при выпуске руды из блока/В.С. Шеховцев, Г.М. Бурмин//Горный журнал. – 1985. – №3. – С. 28-30.
65. Шеховцов В.С. Прогнозирование показателя сыпучести руды с увеличением глубины разработки/В.С. Шеховцев, Н.И. Нештун//Известия ВУЗов. Горный журнал. – 1993. – №7. – С. 31-34.
66. Янченко Г.А. О коэффициентах разрыхления и набухаемости горных пород/Г.А. Янченко//Горный информационно-аналитический бюллетень (научно-технический журнал). – 2019. – № 2. – С. 206-213.
67. Ai J., Chen J.F., Rotter J.M., Ooi J.Y. Assessment of rolling resistance models in discrete element simulations // Powder Technology, 2011. – V. 206 (3). P. 269–282.
68. Brunton, I.D., Fraser, S.J., Hodgkinson, J.H., Stewart, P.C. Parameters influencing full scale sublevel caving material recovery at the Ridgeway gold mine // International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences. – Vol. 47. – No. 4. – 2010. – Pp. 647-656
69. Castro R.L, Gonzalez F., Arancibia E. Development of a gravity flow numerical model for the evaluation of drawpoint spacing for block/panel caving // Journal of the Southern African Institute of Mining and Metallurgy. 2009. Vol. 109, pp. 393-400.
70. Chen G. Stochastic modeling of rock fragment flow under gravity // Int. J. Rock Mech. Min. Sci. 1997, 34, 323–331
71. Chen, J.Y., Boshkow. S. Recent Development and Application of Bulk Mining methods in the People's Republic of China. – Int. Conf. on Caving and Sublevel Stoping, 1981. – Denver, USA: SME-AIME, 1981. – Pp. 393-418.

72. Cleary P.W. DEM modelling of industrial granular flows: 3D case studies and the effect of particle shape on hopper discharge / Paul W. Cleary, Mark L. Sawley // *Applied Mathematical Modelling*. – 2002. - 26. P. 89–111.

73. Conference on Underground Mining Technology, 2017. Perth. - P. 295-307. [https://doi.org/10.36487/ACG\\_rep/1710\\_23\\_Suzuki\\_Morales](https://doi.org/10.36487/ACG_rep/1710_23_Suzuki_Morales)

74. Elmo D., Stead D., Eberhardt E., Vyazmensky A. Applications of Finite/Discrete Element Modeling to Rock Engineering Problems // *International Journal of Geomechanics*, 2013. – V. 13. P. 565-580.

75. Gustafsson P. Waste rock content variations during gravity flow in sublevel caving: Analysis of full-scale experiments and numerical simulations. Ph.D. Thesis, Luleå University of Technology, Luleå, Sweden, 1998.

76. Hollins B., Tucker J. Draw Point Analysis Using a Marker Trial at the Perseverance Nickel Mine, Leinster // *Proc.at Massmin 2004*, Santiago, Chile. 2004. Pp. 240-246.

77. Hustrulid W., Kvapil R. Sublevel caving – past and future // *Proceedings of the 5th international conference and exhibition on mass mining*, 2008. Luleå: University Press. - P. 107-132

78. Kosowan M. I. Design and operational issues for increasing sublevel cave intervals at Stobie Mine. MS thesis, Laurentian University, Montreal, 1999, 143 p

79. Kvapil R. Gravity flow of granular materials in hoppers and bins // *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 1965. – V. 2. – № 1. – P. 25-41.

80. Kvapil R. Sublevel caving - SME mining engineering handbook / edited by Hartman L. – 2nd ed. - New York: Society of Mining, Metallurgy and Explorations; 1992. - Pp. 1789–1814).

81. Lapčević V., Torbica S. Numerical Investigation of Caved Rock Mass Friction and Fragmentation Change Influence on Gravity Flow Formation in Sublevel Caving // *Minerals*, 2017. - V. 7 (56). – P. 1-18.

82. Lapčević V., Torbica S., Asadizadeh M., Đokić N., Duranović M., Petrović M. Influence of boundary conditions in DEM models of sublevel caving on dilution and recovery // *Podzemni radovi*, 2018. - № 33. – P. 1-15. DOI: 10.5937/PodRad1833001L

83. Laubscher D. H. Cave mining — state of the art // *Journal of The South African Institute of Mining and Metallurgy*. – 1994. V. 94, pp. 279-293

84. Lukichev S.V., Nagovitsyn O.V., Laptev V.V. Digital tools for underground mine planning: Cut-and-fill mining // *Eurasian Mining*. 2021. № 1. pp. 75-78. DOI: 10.17580/em.2021.01.15

85. McNearny R. L., Abel. J. F. Large-scale two-dimensional block caving model tests // International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts. Vol. 30. №2. 1993. Pp. 93-109.
86. Nedderman, R. M. Statics and Kinematics of Granular Materials. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2005. 352 p.
87. Pakalnis R.T., Hughes P.B. Sublevel stoping - SME mining engineering handbook / edited by Peter Darling – 3rd ed. - New York: Society of Mining, Metallurgy and Explorations, 2011. – Pp. 1365-1375.
88. Pierce M. A Model for Gravity Flow of Fragmented Rock in Block Caving Mines // Ph. D. thesis. Australia: University of Queensland, 2009.
89. Power G. Full scale SLC draw trials at Rideway Gold Mine // Proc.at Massmin 2004, Santiago, Chile. 2004. Pp. 225-230.
90. Power G., Campbell A. Modelling of real-time marker recovery to improve operational recovery in sublevel caving mines // 7th International Conference on Mass Mining. Sydney. 2016. P.№145.
91. Quinteiro, C., Hustrulid, W., and Larsson, L., Theory and practice of very large scale sublevel caving. – Hustrulid, W., Bullock, R. (eds.) Underground Mining methods – Engineering Fundamentals and International Case Studies. – SME, Littleton, Colorado, USA. – 2001. – Pp. 381-384
92. Rayo J.D., Mercado J.M., Encina V. Simulation of block caving operation using a discrete element method (DEM) / Conference Paper of Minin 2016 – 6th International Conference on Innovation in Mine Operations, Santiago, Chile.
93. Suzuki Morales K., Suorineni F.T. Using numerical modelling to represent parameters affecting cave mining // Proceedings of the First International
94. Svartsjaern M., Saiang D. Discrete Element Modelling of Footwall Rock Mass Damage Induced by Sub-Level Caving at the Kiirunavaara Mine // Minerals, 2017 - V. 7(7). <https://doi.org/10.3390/min7070109>