

ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА

на диссертационную работу Жильцова Александра Владимировича
«Оптимизационные алгоритмы с модифицированными функционалами Лагранжа
для решения контактных задач механики»,
представленной к защите на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук по специальности

1.2.2 – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ»

1. Структура и объем работы

Рецензируемая научная работа представлена:

- диссертацией, состоящей из введения, четырех глав, заключения, библиографического списка и одного приложения. Диссертация содержит 141 страницу, 25 рисунков и 8 таблиц. Список литературы содержит 110 наименований;
- авторефератом на 24 страницах со списком опубликованных работ автора.

2. Актуальность темы диссертационного исследования

Диссертационная работа А.В. Жильцова посвящена обоснованию применимости теории модифицированных функционалов Лагранжа и построению на их основе эффективных численных алгоритмов для решения трех задач теории упругости, постановка которых представляется в виде соответствующих вариационных задач с ограничениями в виде неравенств. Подобного плана математические постановки, тесно связанные с задачами оптимизации и управления, возникают в большом числе прикладных задач механики при описании взаимодействия различных физических объектов, при техническом проектировании и т.д.

Теория вариационных неравенств стала развиваться со второй половине XX века; она инициировала целые поколения ученых проводить теоретические исследования в этой области вариационного анализа. Основоположниками теории вариационных неравенств являются Ж.-Л. Лионс, Г. Стампакья, а также Р. Гловински, Р. Тремольер, А. Бенсусан, Г. Фикера и др. В настоящее время теория вариационных неравенств находится в стадии активного развития и представляет интерес как с теоретической, так и практической точки зрения. Количество и разнообразие прикладных задач механики, их специфические свойства и особенности открывают для исследователей широкие возможности как теоретического плана, так и при построении эффективных численных алгоритмов для их решения.

Актуальность представленной диссертационной работы заключается в построении и исследовании схем двойственности с модифицированными функционалами Лагранжа для решения вариационных неравенств механики. В работе показывается, что предложенные модифицированные методы двойственности обладают рядом преимуществ по сравнению с их классическими аналогами. Для модифицированных функционалов удается доказать сходимость к седловой точке итерационного процесса по прямой и двойственной переменным. Кроме того, в ряде случаев модифицированные методы двойственности являются более эффективными с вычислительной точки зрения, нежели их классические аналоги.

3. Степень обоснованности научных положений, выводов и рекомендаций, сформулированных в диссертации, их достоверность и новизна

Перечень глав диссертации и последовательность их представления соответствуют выполнению поставленных научных задач, решение которых раскрывает суть изучаемой проблемы.

Во **введении** на основе краткого исторического и литературного обзоров обоснована актуальность исследований, указаны цели, задачи и направления проводимых исследований. Отмечена теоретическая и практическая значимость работы, публикации автора и апробация результатов.

В **первой главе** представлено описание метода множителей Лагранжа для решения конечномерных задач выпуклого программирования. Применение модифицированных функций Лагранжа позволяет разработать новый класс методов, более эффективных в сравнении с классической схемой. В этой главе обосновано применение функции Лагранжа для задач, в которых целевая функция является выпуклой, но не обязательно сильно выпуклой. На примере задачи Синьорини рассмотрено применение схемы двойственности с модифицированным функционалом Лагранжа: при конечно-элементной аппроксимации задачи реализован алгоритм Удзавы поиска седловой точки, реализована модификация метода поточечной релаксации на первом шаге алгоритма Удзавы, проведены вычислительные эксперименты.

Во **второй главе** представлена схема двойственности с модифицированными функционалами Лагранжа для решения задачи бесконечномерного выпуклого программирования с нелинейными краевыми условиями — модельной задачи теории упругости с трещиной. Проверен ряд свойств функционала Лагранжа. При конечно-элементной аппроксимации реализован алгоритм Удзавы поиска седловой точки, проведены вычислительные эксперименты при различных параметрах задачи, исследована скорость сходимости итерационного процесса при вариациях параметра двойственности.

В **третьей главе** исследуется построение модифицированной схемы двойственности для решения задачи о контакте двух тел. Эта задача является задачей в перемещениях и с коэффициентами, которые учитывают физические характеристики материалов тел. В данном исследовании рассмотрена сложная постановка, когда система тел имеет одну степень свободы. При такой постановке затруднительно получить сходимость классических методов двойственности к седловой точке, но при модифицированной схеме двойственности можно теоретически обосновать сходимость. В данной главе изучены свойства функционала чувствительности, построена и исследована схема двойственности с одновременной итеративной проксимальной регуляризацией функционала Лагранжа. Построен и исследован метод последовательных приближений для решения квазивариационного неравенства, соответствующего контактной задаче с учетом трения. Проведены вычислительные эксперименты при конечно-элементной аппроксимации задач. Исследован характер взаимодействия тел при различных условиях задачи.

В **четвертой главе** исследована задача о двумерном теле с дефектом, свойства которого характеризуются параметром повреждаемости. Данная задача является задачей в перемещениях, с коэффициентами, которые также учитывают физические

характеристики материалов тел. Построена модифицированная схема двойственности и алгоритм Удзавы поиска седловой точки. Осуществлена конечно-элементная аппроксимация и доказана сходимость метода конечных элементов, получены оценки точности аппроксимации. Проведены вычислительные эксперименты с целью исследовать поведение трещины при различных вариантах задания нагрузки, осуществлена оценка скорости сходимости метода при вариации параметра повреждаемости.

В **заключении** диссертационной работы сформулированы основные результаты работы.

Список использованной литературы содержит 110 наименований, что в достаточной мере позволяет получить представление о работе автора над диссертацией.

В **приложении** представлены коды вычислительных программ, в которых реализованы используемые алгоритмы для решения поставленных задач, на языках программирования C# и C++ с использованием программно-аппаратной архитектуры параллельных вычислений CUDA.

В каждой из глав диссертационной работы и в приложении присутствуют элементы **основных положений**, выносимых на защиту:

1. Математический аппарат, основанный на методах двойственности с модифицированным функционалом Лагранжа, для исследования контактных задач механики с неизвестной границей контакта (модельная задача теории упругости с трещиной; контактная задача для двух упругих тел; задача о теле, содержащем тонкий дефект с параметром).

2. Применение эффективных численных алгоритмов с одновременной конечно-элементной аппроксимацией для решения поставленных задач.

3. Комплекс вычислительных программ на языке C++, реализующих численные алгоритмы, которые позволяют эффективно решать контактные задачи механики.

Обоснованность и **достоверность** научных результатов, полученных соискателем, гарантируется использованием фундаментальных принципов при построении математических моделей, использованием корректных математических методов исследования решаемых задач, результатами вычислительных экспериментов с помощью созданных программ.

Результаты, изложенные в диссертации, отражают личный вклад соискателя. Квалификационный уровень и научную ценность полученных результатов подтверждает достаточное количество работ, опубликованных в рецензируемых научных изданиях. Общий список публикаций диссертанта включает 12 научных работ, из которых 5 статей в изданиях, рекомендованных ВАК РФ; 6 публикаций – в сборниках материалов и тезисов конференций. Автором получены 5 свидетельств о государственной регистрации программ для ЭВМ. Основные материалы исследования докладывались и обсуждались на международных, российских и региональных мероприятиях (конференции, семинары, конкурсы научных работ).

Можно отметить ряд **новых результатов**, полученных соискателем.

– уточнены ранние результаты некоторых положений теории модифицированной функции Лагранжа применительно к задачам с выпуклыми функциями;

– обосновано применение модифицированных схем двойственности для решения модельной задачи с трещиной, задачи контакта двух упругих тел (в том числе, в полукоэрцитивном случае), задачи о теле с дефектом при наличии параметра

повреждаемости. Обоснована теоретическая сходимость метода для каждой задачи при выполнении дополнительных условий;

– при конечно-элементной аппроксимации задач выполнена численная реализация схем двойственности; реализованы эффективные численные алгоритмы поиска решений соответствующих оптимизационных задач на первом шаге алгоритма Удзавы поиска седловой точки функционала Лагранжа;

– разработан комплекс вычислительных программ для исследования поставленных задач. Проведен анализ результатов вычислительных экспериментов. Для всех рассмотренных задач описана скорость сходимости в зависимости от параметра метода двойственности, который может быть сколь угодно большим. Для задачи равновесия упругого тела с дефектом описана скорость сходимости в зависимости от значения параметра повреждаемости.

4. Значимость результатов для науки и практики

Научная значимость работы состоит в обосновании применимости методов двойственности с модифицированными функционалами Лагранжа к исследованию контактных задач механики. Данные исследования имеют фундаментальный характер. Тем не менее, сформированные алгоритмы и их реализации на языке программирования C# или C++ для каждой задачи можно использовать при исследовании более сложных моделей и при решении прикладных задач теории упругости.

Результаты проведенного научного исследования будут полезны в педагогических целях при реализации программ для студентов старших курсов и аспирантов в рамках изучения дисциплин, связанных с математическим моделированием.

5. Замечания и вопросы по содержанию диссертационной работы

1. Список литературы выглядит довольно скудным. Имеется огромное число работ А.М. Хлуднева, Е.М. Рудого, Н.П. Лазарева, Т.С. Поповой, В.В. Щербакова, опубликованных в зарубежных журналах высокого уровня. Эти работы непосредственно примыкают к тематике диссертации и касаются различных задач для упругих тел с трещинами и тонкими включениями (в том числе с дефектами). В диссертации имеются ссылки лишь на небольшое число работ указанных авторов, опубликованных на русском языке.

2. Во введении указано, что Л.С. Клабукова является ученицей А.М. Хлуднева. Это не так.

3. Можно сделать ряд замечаний, касающихся используемой терминологии. Например, в главе 3 краевое условие (3.4) названо условием Дирихле. Это не соответствует общепринятым названиям. Неудачным выглядит название «Разрешимость и единственность задачи» раздела 4.2. Лучше было бы «Разрешимость и единственность решения задачи» и т.д.

6. Общее заключение

Вышеперечисленные замечания не меняют общего положительного впечатления от диссертационного исследования.

Считаю, что диссертация Жильцова Александра Владимировича «Оптимизационные алгоритмы с модифицированными функционалами Лагранжа для решения контактных задач механики» является законченной научно-квалификационной работой на актуальную тему, в которой предложены и обоснованы модифицированные методы двойственности для решения вариационных задач теории упругости. Автореферат диссертации отражает основное содержание работы, а также научные результаты и положения, выносимые на защиту.

Тематика и результаты выполненных исследований соответствуют паспорту специальности 1.2.2 – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ».

Представленная диссертационная работа соответствует требованиям, установленным пп. 9-14 Положения о порядке присуждения ученых степеней, утвержденного постановлением Правительства РФ от 24 сентября 2013 г. № 842, а ее автор, Жильцов Александр Владимирович, заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.2.2 – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ».

Официальный оппонент,

доктор физико-математических наук по специальности 01.01.02, г.н.с. лаборатории краевых задач механики сплошных сред Федерального государственного бюджетного учреждения науки «Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН»

Почтовый адрес:

630090, Новосибирск, пр. Лаврентьева, 15
Тел. (383)333-16-12, +7 913 737-86-48
E-mail: khlud@hydro.nsc.ru

Хлуднев Александр Михайлович
«1» 04 2024 г.

Я, Хлуднев Александр Михайлович, даю свое согласие на включение моих персональных данных в документы, связанные с работой диссертационного совета, и их обработку.



Данную подпись официального оппонента Хлуднева А.М. заверяю

Генеральный секретарь ИГиЛ СО РАН
А.К.Хе

«01» апрель 2024 г.