

ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА

на диссертационную работу Жильцова Александра Владимировича
«Оптимизационные алгоритмы с модифицированными функционалами Лагранжа
для решения контактных задач механики»,
представленной к защите на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук по специальности
1.2.2. – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ»

Структура и объем работы

Рецензируемая научная работа представлена:

- диссертацией, состоящей из введения, четырех глав, заключения, списка литературы и одного приложения. Диссертация содержит 141 страницу, 25 рисунков и 8 таблиц. Список литературы содержит 110 наименований;
- авторефератом на 24 страницах со списком опубликованных работ автора.

Актуальность темы диссертационного исследования

Диссертационная работа А.В. Жильцова посвящена теоретическому обоснованию теории модифицированных функционалов Лагранжа и созданию на их основе высокоэффективных численных методов для решения контактных задач механики сплошных сред. Выбранные автором задачи формулируются в виде вариационного неравенства с ограничениями. Такие математические постановки допускаются большим числом задач оптимизации и управления, встречающихся во многих областях прикладной механики.

Теория вариационных неравенств возникла во второй половине XX века. Её активное развитие изменило подходы к решению многих сложных задач физики, техники, экономики и других областей. Один из наиболее популярных методов, используемых в настоящее время для моделирования физических процессов — метод конечных элементов, основан на вариационных принципах.

Метод конечных элементов обладает некоторыми преимуществами по сравнению с другими методами дискретизации. Он является более универсальным, лучше поддается автоматизации на разных этапах моделирования, позволяет строить модели на основе физического, а не математического подхода, позволяет естественным образом описывать области со сложной геометрией, учитывать разные типы граничных условий.

В настоящее время развитие теории вариационных неравенств и метода конечных элементов продолжается. Диссертационная работа Александра Владимировича Жильцова является актуальной, так как вносит свой вклад в применение этих мощных математических инструментов к моделированию физических задач. В работе описывается схема двойственности, основанная на модифицированных функционалах Лагранжа, обосновывается её применение, указываются преимущества перед классическими способами решения аналогичных задач механики сплошных сред. Кроме того, в ходе работы строятся конкретные алгоритмы и приводится их реализация в виде программ для ЭВМ.

Содержание диссертации и обоснованность результатов

Научные положения, представленные в диссертации А.В. Жильцова, являются научно обоснованными.

Во **введении** представлен исторический и литературный обзор предметной области. При доказательстве теорем автор опирается на аппарат функционального анализа, теорию выпуклого анализа, теорию пространств Соболева, общую теорию нелинейных краевых задач. Где это необходимо, приведены ссылки на литературу, как классическую, так и современную, как российскую, так и иностранную. Результаты исследования были представлены на множестве конференций, конкурсов, семинаров.

В **первой главе** приводится описание метода множителей Лагранжа для решения конечномерных задач выпуклого программирования. Делается упор на то, что для применения метода достаточно выпуклости целевой функции (то есть она не обязательно является сильно выпуклой). Доказывается полунепрерывность снизу функции чувствительности.

В **второй главе** метод множителей Лагранжа применяется к задаче бесконечномерного выпуклого программирования. Рассматривается модельная задача теории упругости с трещиной. Современные модели задач с трещинами содержат нелинейные краевые условия, что усложняет их решение. Применение методов двойственности позволяет обойти недостатки классического подхода. В главе для решения задачи строится и обосновывается применение схемы двойственности, основанной на модифицированном функционале Лагранжа.

В **третьей главе** автор переходит от модельных задач к физическим. Исследуется задача о контакте двух упругих тел, где решением является векторное поле перемещений и учитываются физические характеристики материалов тел. Здесь, так же как и во второй главе, строится модифицированная схема двойственности. Главная особенность рассматриваемой задачи в том, что задача имеет не единственное решение. Единственность обеспечивается ограничениями, накладываемыми на действующие силы. При такой постановке нельзя доказать сходимость классических методов двойственности к седловой точке, поэтому оказывается актуальным исследование модифицированных схем. Кроме того, в данной главе описывается применение итеративной проксимальной регуляризации модифицированного функционала Лагранжа, решается квазивариационное неравенство, соответствующее контактной задаче с учетом трения.

В **четвертой главе** исследована задача о теле с дефектом, свойства которого характеризуются параметром разрушения. Как и в задачах третьей главы, здесь ищется векторное поле перемещений и учитываются физические характеристики материалов тел. Параметр разрушения, фигурирующий в постановке, позволяет переходить от задачи с трещиной к задаче без трещины. В главе строится модифицированная схема двойственности. Для метода конечных элементов доказана сходимость и получены оценки точности аппроксимации. В вычислительных экспериментах изучено поведение дефекта при различных нагрузках и значениях параметра разрушения, проведено исследование скорости сходимости.

В **заключении** диссертационной работы коротко сформулированы основные выводы, полученные в ходе исследования.

Список использованной литературы содержит 110 наименований. Из них 17 являются публикациями автора по теме диссертации. Среди них 5 статей в изданиях,

рекомендованных ВАК РФ (ещё 1 статья в журнале, рекомендованном ВАК, но для защиты по техническим наукам), 6 публикаций в сборниках трудов конференций, 5 свидетельств о регистрации программ для ЭВМ.

В **приложении** представлен код программ, в которых автор реализовал описанные в диссертации алгоритмы. В некоторых программах использована довольно современная технология — CUDA, позволяющая выполнять вычисления на графических процессорах.

Практическая и теоретическая значимость работы

Исследования, изложенные в диссертации, носят фундаментальный характер. Научная ценность заключается в обосновании применимости теории модифицированных функций Лагранжа к контактным задачам механики. Кроме того, порядок изложения материала в главах позволяет проанализировать, какие особенности задач вносят дополнительные сложности в доказательства теорем. Это позволяет сформировать лучшее представление о предмете исследования.

Практическая значимость работы заключается в построении конкретных алгоритмов и их реализация в виде программ с использованием современных технологий. Разработанные алгоритмы можно доработать и внедрить в существующие математические пакеты с открытым исходным кодом.

Замечания и вопросы по содержанию диссертационной работы

1. В разделе 3.4 описывается использование метода последовательных приближений для решения задачи с трением, но ничего не говорится о сходимости данного метода.

2. При аппроксимации задач с помощью метода конечных элементов всегда применяется однотипная триангуляция с регулярной сеткой. При решении задач с трещинами имеет смысл выполнять сгущение сетки вблизи трещины и, особенно, её концов.

Общее заключение

Несмотря перечисленные замечания рецензируемая научная работа производит положительное впечатление.

По моему мнению диссертация Жильцова А.В. «Оптимизационные алгоритмы с модифицированными функционалами Лагранжа для решения контактных задач механики» является хорошо оформленной научно-квалификационной работой, продолжающей развитие теории, заложенной в середине XX века, и находящей применение во многих современных областях науки и техники. В диссертации предложены модифицированные методы двойственности для решения контактных задач механики, теоретически обосновано их применение, предложены реализации в виде программ с применением современных технологий. Автореферат диссертации содержит постановку целей и задач, научные результаты и положения, выносимые на защиту, а также краткое содержание работы.

Проведенное исследование и результаты соответствуют паспорту специальности 1.2.2. «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ».

Диссертационная работа соответствует требованиям, установленным пп. 9-14 Положения о порядке присуждения ученых степеней, утвержденного постановлением Правительства РФ от 24 сентября 2013 г. № 842, а ее автор, Жильцов Александр Владимирович, заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.2.2. «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ».

Официальный оппонент:

Профессор Высшей школы физико-математических наук

Политехнического института

ФГБОУ ВО

«Тихоокеанский государственный университет»,

доктор физико-математических наук

по специальности 01.04.02.



Зайцев Сергей Александрович

«17» 04 2024 г.

Почтовый адрес:

680035, Россия, г. Хабаровск, ул. Тихоокеанская, 136

Web: <http://pnu.edu.ru>

E-mail: zaytsevsa@pnu.edu.ru

Раб. телефон: (4214) 22-43-47

Я, Зайцев Сергей Александрович, даю свое согласие на включение моих персональных данных в документы, связанные с работой диссертационного совета, и их обработку.

Подпись Зайцева С. А.

Заверяю специалист по персоналу отдела кадров

М. Киме О. М.

17.04.2024 г.